

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.250

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.250.pdf>

Поступила (Received): 17.02.2017

Волков А.Ю.
Формула для горизонтального смещения опоры
фермы под действием равномерной нагрузки
по верхнему поясу

Volkov A.Yu.
The formula for the horizontal displacement of the trusses
support under the action of uniform load on the top belt

С помощью метода индукции получено аналитическое решение для смещения опоры статически определимой плоской шпренгельной балочной фермы. Усилия в стержнях найдены методом вырезания узлов. Для составления и решения рекуррентных уравнений использованы операторы системы Maple

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Using the method of induction, an analytical solution is obtained for the offset of the supports of statically determinate flat truss girder. The forces in the rods was found using cut nodes. For working out and solution of recurrent equations the operators of the computer algebra system Maple are used

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Волков Алексей Юрьевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Volkov Aleksey Yurievich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Расчет фермы чаще всего при сводят к анализу усилий в критических (наиболее сжатых или растянутых) стержнях и к вычислению прогиба. Другой важной характеристикой фермы является зависимость смещения подвижной опоры от нагрузки, размеров и числа панелей. Формулу для горизонтального смещения опоры шпренгельной фермы (рис. 1) найдем в системе Maple, применяя метод вырезания узлов для определения усилий в стержнях и формулу

Максвелла – Мора $\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF)$ для вычисления смещения. Здесь EF – жест-

кость стержней (одинаковая для всей фермы), S_i – усилия в стержнях от действия внешней нагрузки P , N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к опоре, l_i – длины стержней. Суммирование ведется по деформируемым стержням.

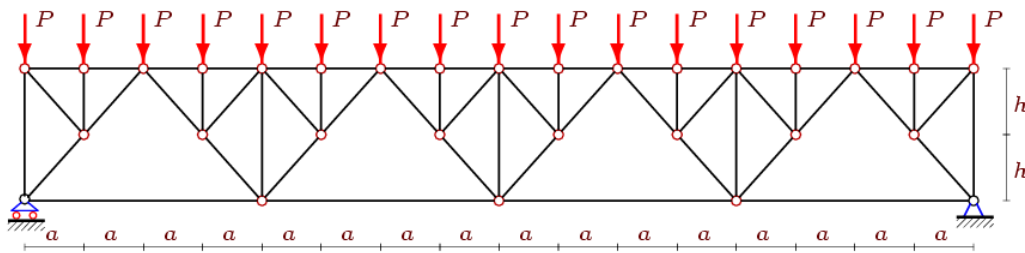


Рис. 1. Ферма при $n=2$

Симметричная ферма содержит n условных панелей в половине пролета, $m=28n+4$ стержней вместе с тремя опорными (два из них моделируют правую неподвижную шарнирную опору, один – левую). В ферме $14n+2$ узлов, для которых можно составить m уравнений равновесия в проекциях на оси координат. Для составления и решения такой системы воспользуемся программой [1], апробированной в ряде решений аналогичных задач о прогибе плоских [2-15] и пространственных [16-17] ферм. Приведем фрагмент программы для ввода координат узлов фермы, необходимых для вычисления направляющих косинусов усилий:

```
> for i to 2*n+1 do x[i]:=4*a*(i-1); y[i]:=0: od:
> for i to 8*n+1 do x[i+2*n+1]:=a*(i-1); y[i+2*n+1]:=2*h: od:
> for i to 4*n do x[i+10*n+2]:=2*a*(i-1)+a; y[i+10*n+2]:=h: od:
```

Схема шпренгельной решетки вводится в программу по аналогии с заданием графа в дискретной математике указанием номеров концов стержней в специальных векторах $N[i]$:

```
> for i to 2*n do N[i]:=[i,i+1]; od:
> for i to 8*n do N[i+2*n]:=[i+2*n+1,i+2*n+2]; od:
> for i to 2*n do N[i+10*n]:=[i,2*i+10*n+1];
N[i+12*n]:=[i+1,2*i+10*n+2]; od:
> for i to 4*n do N[i+14*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n+2];
N[i+18*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n];
N[i+22*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n+1]; od:
> for i to 2*n+1 do N[i+26*n]:=[i,4*i+2*n-2]; od:
```

Система уравнений с матрицей G формируется следующими операторами

```
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]];
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]];
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2);
> for j to 2 do
> jj:=2*N[i][2]-2+j;
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*N[i][1]-2+j;
> if jj<=m then G[jj,i]:=Lxy[j]/L[i]:fi; od; od:
```

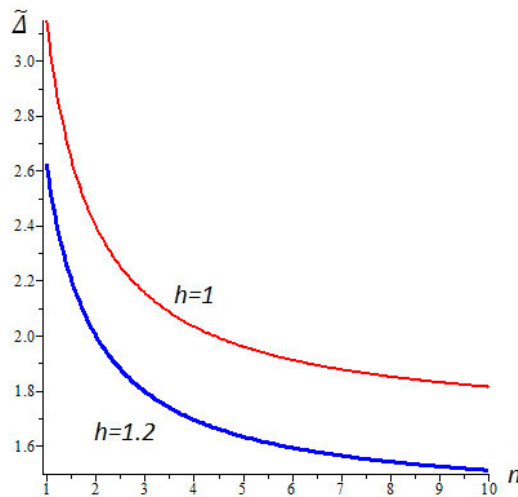


Рис. 2

Решение полученной системы (S_1 –усилия от единичной нагрузки, S_p – усилия от нагрузки P) с помощью обратной матрицы имеет вид $G_1:=1/G$: $S_1:=G_1.B_1$: $S_p:=G_1.B_p$: Индукцией [2-11] по 10 фермам получаем следующее общее решение $EF\Delta = 8nP(8n^2 + 1)a^2 / (3h)$.

График этой зависимости приведен на рисунке 2 при $L=4na=10$ м.

Обзор аналитических решений задач о прогибе плоских ферм дан в работах [18,19].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. *Решebник. Теоретическая механика*. М.: Физматлит, 2008. 382 с.
2. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы* // *Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова*. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
3. Jiang H., Kirsanov M.N. *An analytical expression for the influence line of the truss* // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
4. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»* // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
5. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы* // *Вестник МГСУ*. 2016. № 10. С. 35-44.
6. Kirsanov M. *An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type* // *Architecture and Engineering*. 2016. T. 1. № 3. С. 14-17.
7. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы* // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
8. Кирсанов М.Н. *Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы* // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
9. Кирсанов М.Н. *Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой* // *Инженерно-строительный журнал*. 2016. № 4 (64). С. 52-58.
10. Кирсанов М.Н. *Зависимость прогиба решетчатой фермы от числа панелей* // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 4 (44). С. 150-157.
11. Кирсанов М.Н. *Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме* // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.
12. Кирсанов М.Н., Васьков М.И. *О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей при загрузении верхнего пояса* // *Моделирование и механика конструкций*. 2016. № 4. С. 3.

13. Кирсанов М.Н. Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 4.
14. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба впарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
15. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
16. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.
17. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
18. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
19. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2017, Волков А.Ю.

Формула для горизонтального смещения опоры фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу

© 2017, Volkov A.Yu.

The formula for the horizontal displacement of the trusses support under the action of uniform load on the top belt