

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.024

http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.024.pdf

Поступила (Received): 11.09.2016

Жуков А.А. Аналитический расчет прогиба шпренгельной фермы в системе Maple

Zhukov A.A. Analytical calculation of the deflection of the truss in the Maple system

Статически определимая плоская ферма со сложной решеткой имеет четыре внешних опоры и нагружена сосредоточенной силой. С помощью метода индукции найдена зависимость прогиба от числа панелей и размеров конструкции. Получено асимптотическое свойство решения

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Statically determinate plane truss with a complex lattice has four external supports and loaded with a concentrated force. Using the method of induction the dependence of the deflection of the number of panels and size of the structure is obtained. The asymptotic property of the solution is found

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Жуков Андрей Александрович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Zhukov Andrew Aleksandrovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Особенность фермы на рисунке 1 – четыре внешних опоры, в то время как обычные балочные фермы имеют только три опоры. Это создает некоторые трудности для расчета. Уже при определении реакций опор необходимо составлять уравнения равновесия всех стержней фермы. Однако, несмотря на это, методом индукции, разработанным в [1–10] для плоских и в [11–16] для пространственных ферм, в данной конструкции удастся найти аналитическую зависимость прогиба фермы от числа панелей.

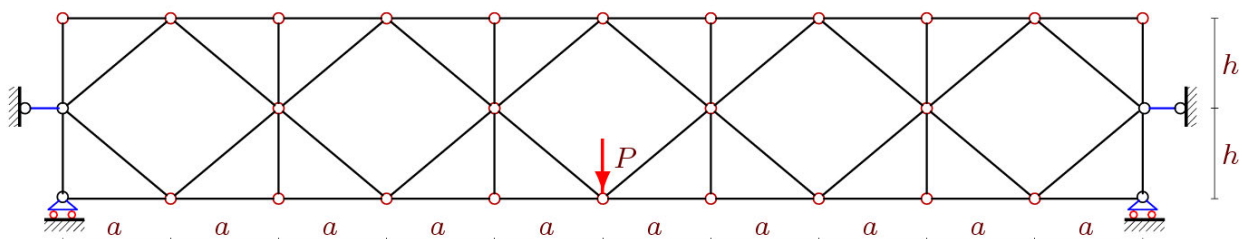


Рис. 1. Ферма при $k=5$

Усилия в стержнях находим в системе компьютерной математики Maple (*Waterloo Maple Inc*), пользуясь программой [17]. Прогиб определяем по формуле Максвелла – Мора [18,19]:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{m-4} S_i^2 l_i / (EF),$$

где S_i – усилия в стержнях фермы от действия единичной внешней нагрузки, l_i – длины стержней, EF – их жесткость, $m=10n+6$ – число всех стержней конструкции, включая четыре опорные. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что формула для прогиба имеет всякий раз один и тот же вид

$$EF\Delta_k = \frac{A_k a^3 + C_k c^3 + h^3}{2h^2},$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ – длины раскосов. Для получения решения для произвольного числа панелей, что составляет суть проблемы, необходимо вывести формулы общих членов последовательностей коэффициентов. Методом индукции с привлечением команд и операторов Maple **rgf_findrecur** и **rsolve** были выведены две следующие формулы: $C_k = 2k - 1$, $A_k = 4k^3 / 3 - 2k^2 + (-1)^k + 8k / 3 - 1$.

Графики найденной закономерности для относительного прогиба $\Delta = \Delta EF / P$ (высота h в метрах) показывают рост прогиба с увеличением числа панелей, что вполне очевидно, так как с ростом k увеличивается и пролет фермы. Кубический же характер этого роста выявляет предел $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta / k^3 = 2a^3 / (3h^2)$. Обзор решений, полученных методом индукции дан в [10–22].

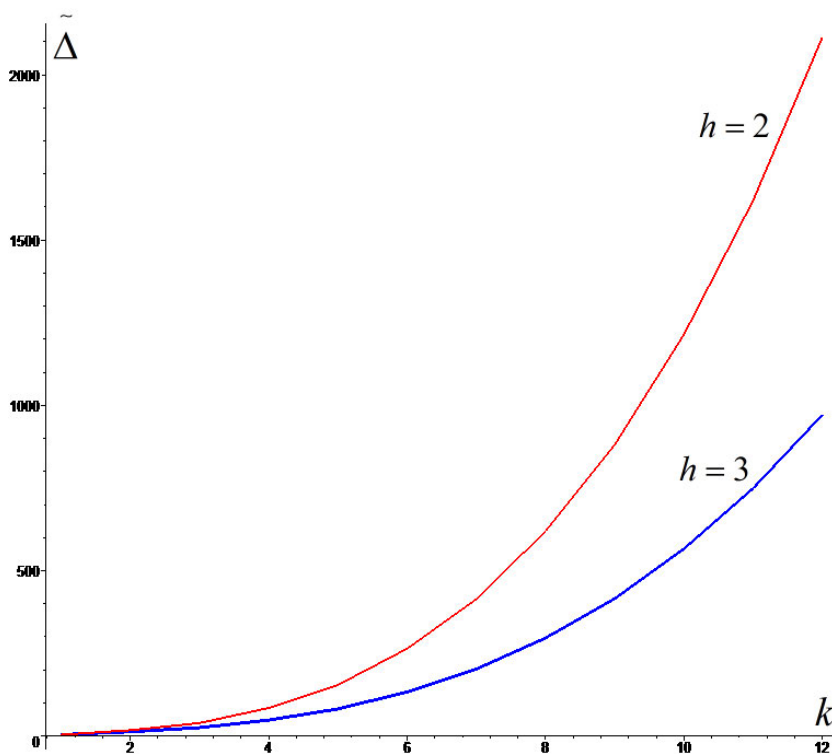


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 48–51.
6. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
7. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
8. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
9. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
10. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 5(31). С. 38–42.
11. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28–34.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
14. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
15. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
16. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // *Инженерно-строительный журнал*. 2014. №5(49). С. 37–43.
17. Кирсанов М. Н. *Maple и Maple*. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
18. Потапов В. Д., Александров А. В., Косицын С. Б., Долотказин Д. Б. *Строительная механика*. Кн. 1. Статика упругих систем М.: Высшая школа, 2007. 511 с.
19. Белоконь М.А. *Строительная механика*. М.: Проспект, 2015. 166 с.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21–28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66–73.
22. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247–254.

© 2016, Жуков А.А.

Аналитический расчет прогиба шпренгельной фермы в системе Maple

© 2016, Zhukov A.A.

Analytical calculation of the deflection of the truss in the Maple system