

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРОГИБА СТЕРЖНЕВОЙ МОДЕЛИ КАРКАСА ЧЕТЫРЕХСКАТНОГО ПОКРЫТИЯ

С. В. Астахов¹

Национальный исследовательский университет «МЭИ»¹
Россия, г. Москва

¹ Канд. техн. наук, доц. кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: nccl@mail.ru

Прямоугольный в плане статически определимый стержневой каркас регулярного покрытия опирается по периметру на вертикальные стойки. Приводится алгоритм вывода формулы зависимости прогиба конструкции от числа панелей при действии на нее нагрузки, равномерно распределенной по узлам. Предполагается, что упругие стержни конструкции соединены идеальными шарнирами. Жесткость фермы вычисляется по формуле Максвелла – Мора. Составление системы уравнений равновесия узлов и ее решение в аналитическом виде выполнены в системе компьютерной математики «Maple». Обобщение итоговой формулы на произвольное число панелей производится по данным расчета нескольких ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей методом индукции.

Ключевые слова: статически определимая конструкция, прогиб, индукция, формула Максвелла – Мора, пространственная ферма.

Введение. Расчет деформаций конструкций – одна из основных задач строительной механики. На практике она решается в основном численно в стандартных вычислительных пакетах, основанных на методе конечных элементов [1, 2]. В некоторых случаях для простых статически определимых моделей возможны и аналитические расчеты [3, 4]. Достоинства таких расчетов на основе простых конечных формул – это их удобство и возможность проводить анализ и оптимизацию конструкций выбором параметров системы без использования сложных и зачастую длительных численных расчетов с большими затратами машинного времени и памяти компьютера, характерными для численных методов. Для регулярных систем с периодической структурой появляется еще одна задача – определение зависимости решения от порядка конструкции, например, от числа панелей. Использование аналитического подхода позволяет решить эту задачу методом индукции без потери точности расчетов для систем с большим числом элементов.

Ряд решений для плоских ферм собран в справочниках [5]. Здесь приводятся конечные формулы зависимости прогибов и смещений опор балочных, консольных и арочных ферм для различных видов нагрузок. В работах [6–9] методом индукции в системе компьютерной математики «Maple» получены также решения для первой собственной частоты свободных колебаний плоских ферм. Численное сравнение динамических расчетных моделей при определении частот и форм собственных колебаний большепролетной стальной фермы покрытия здания велодрома выполнено в [10]. Собственные частоты двухпролетной модели плоской фермы в аналитической форме получены в [11] для произвольного числа панелей в пролете. Расчет частоты собственных колебаний фермы Больмана в системе «Maple» произведен в [12].

Решения для пространственных ферм усложняются математической моделью самой конструкции сооружения. Деформации и собственные частоты пространственной стержневой статически определимой регулярной фермы произвольного порядка в аналитической форме

рассчитаны в [13]. Формулы для деформации фермы составной статически определимой пространственной рамы выведены в [14] для произвольного числа панелей. Исследование разрушения при повреждении пространственной конструкции из двойных треугольных ферм в численной форме выполнено в [15]. Пространственная модель прямоугольного покрытия и аналитическое решение для его прогиба для произвольного числа панелей приведены в [16]. В [17] предложена формула для расчета деформаций пространственного каркаса антенны для космической связи. Приближенная оценка частоты колебаний опоры линии электропередач получена в [18] для произвольного числа вертикальных панелей в мачте. В [19] с использованием системы компьютерной математики «Maple» выведена формула для расчета деформаций пространственной модели опоры линии электропередач регулярного типа. Пространственная ферма балочного типа рассчитана и проанализирована методом конечных элементов в [20]. Формулы зависимостей прогибов пространственной статически определимой фермы под действием различных узловых нагрузок получены в [21]. Расчет прогибов пространственных прямоугольных в плане покрытий в аналитической форме выполнен в [22–24]. В [25] на примере аналитического расчета деформаций пространственной фермы в форме бипирамиды показано, что при определенных размерах конструкции ферма становится кинематически изменяемой.

На основе индуктивного метода с помощью системы компьютерной математики «Maple» в [26] получены аналитические формулы для прогибов консольной фермы с боковыми гранями пирамидальной формы в зависимости от числа поясов и размеров фермы. Проведено асимптотическое сравнение результатов с простыми фермами с плоскими гранями тех же размеров. Найдены оптимальные по жесткости геометрические параметры фермы. Все результаты обобщены на фермы с большим числом боковых граней.

В [27] при аналитическом расчете прогиба пространственной осесимметричной купольной стержневой системы обнаружено, что для четного числа опорных панелей конструкция допускает кинематическую изменяемость. Приведена соответствующая картина распределения виртуальных скоростей узлов.

Конструкция фермы. Прямоугольная в плане ферма с раскосами, образующими четырехскатную симметричную конструкцию, опирается по периметру на $2(n+1)$ вертикальные стойки высотой H . Каждая из n панелей фермы имеет размеры $2a \times 2b \times h$ и состоит из четырех раскосов длиной $c = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$ и двух стержней длиной $2a$ нижнего пояса. Панели по верхнему поясу соединены стержнями длиной $2a$. Высота конструкции равна $h+H$, длина $2na$. Все стержни имеют шарнирное соединение, общее число стержней $v = 9n + 6$. В это число входят опорные стойки и три стержня, моделирующие боковые шарнирные опоры в узлах A и B (рис. 1).

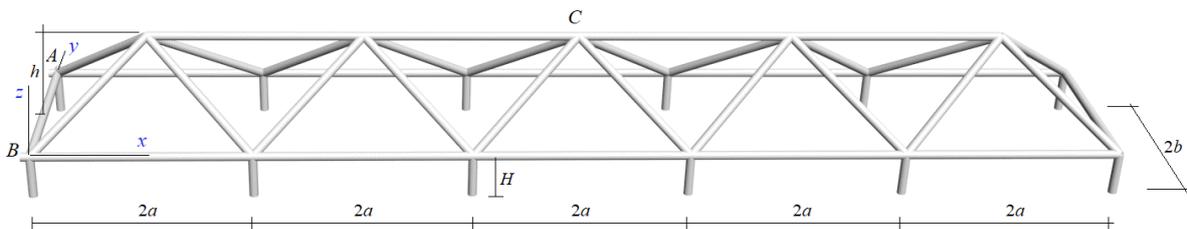


Рис. 1. Модель фермы, $n = 5$

Расчет усилий в стержнях. Из условия равновесия узлов в системе «Maple» рассчитываются реакции опор и усилия в стержнях, необходимые для нахождения жесткости фермы. Для составления уравнений равновесия узлов в аналитическом виде $\mathbf{GS} = \mathbf{R}$ при произвольном числе панелей по данным о координатах узлов вычисляются направляющие косинусы усилий. Обозначено: \mathbf{R} – вектор узловых нагрузок; \mathbf{G} – матрица направляющих косинусов размером $v \times v$; \mathbf{S} – вектор неизвестных усилий в стержнях. В число неизвестных включаются и три опорные реакции в угловых узлах A и B . Элементы матрицы \mathbf{G} рассчитываются по

координатам концов стержней, соединенных в соответствующих узлах. Для этого в программу вводятся координаты узлов. Стержни и узлы фермы нумеруются (рис. 2).

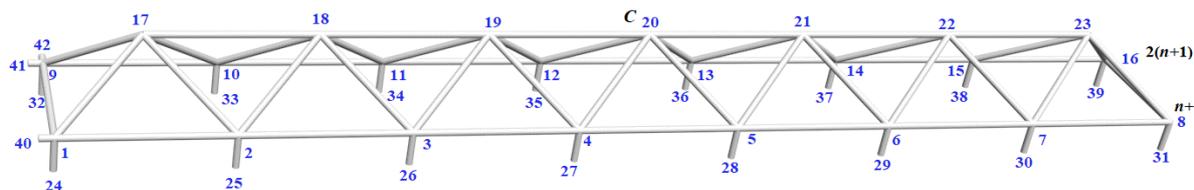


Рис. 2. Нумерация узлов фермы, $n = 7$

Координаты узлов вводятся в программу расчета усилий в циклах:

$$\begin{aligned}
 x_i &= 2a(i - 1), y_i = 0, z_i = 0, \\
 x_{i+n+1} &= 2a(i - 1), y_{i+n+1} = 2b, z_{i+n+1} = 0, \\
 x_{i+2n+2} &= 2ai - a, y_{i+2n+2} = b, z_{i+2n+2} = h, i = 1, \dots, n + 1, \\
 x_{i+3n+2} &= x_i, y_{i+3n+2} = y_i, z_{i+3n+2} = -H, i = 1, \dots, 2n + 2.
 \end{aligned}$$

Элементы матрицы \mathbf{G} вычисляются по значениям направляющих косинусов, полученным по значениям координат узлов. Решение системы $\mathbf{GS} = \mathbf{R}$ ищется в программе «Maple». Для нахождения аналитического решения используется метод обратной матрицы – более быстрый, чем специализированные операторы системы линейной алгебры «LinearAlgebra». В случае вертикальной нагрузки вектор правой части состоит из следующих ненулевых элементов: $R_{3i} = -P, i = 1, \dots, 3n + 2$. Решение системы линейных уравнений дает распределение усилий по стержням. Распределение усилий в стержнях конструкции при действии на нее вертикальной узловой нагрузки представлено на рис. 3, $n = 4, a = 3$ м, $h = 2$ м. Синим цветом выделены сжатые стержни, красным – растянутые.

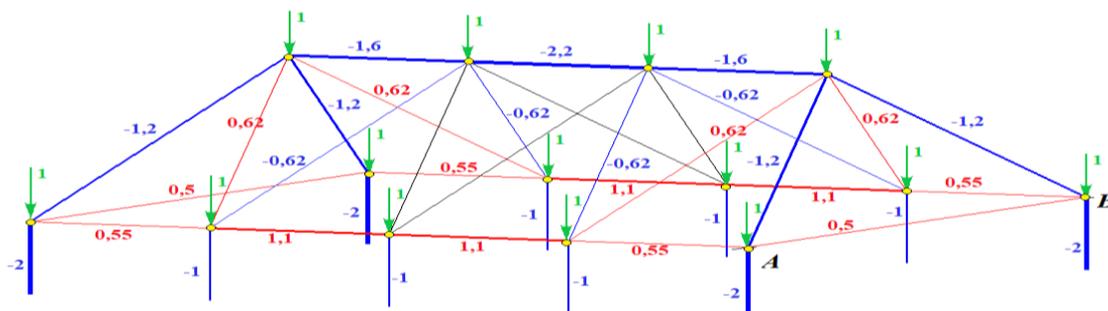


Рис. 3. Распределение усилий в стержнях от действия вертикальной узловой нагрузки, $n = 4$

Некоторые диагональные стержни, боковые в середине пролета при такой нагрузке оказываются ненапряженными. Они обозначены черным цветом. Все вертикальные опорные стержни сжаты, причем на угловые опоры приходится вдвое большая нагрузка, чем на опоры по сторонам фермы. Наиболее сжатый стержень находится в верхнем поясе в середине пролета. Здесь требуется проверка на устойчивость. Толщина отрезков условно пропорциональна модулям усилий в соответствующих стержнях. Значения усилий (кН) от действия узловых сил $P = 1$ кН округлены до двух значащих цифр.

Для вычисления прогиба в середине C верхнего пояса для нечетного числа панелей при $n = 2k + 1$ используется формула Максвелла – Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(1)} S_i^{(P)} l_i / (EF),$$

где l_j – длина стержня; $S_i^{(P)}$ – усилие от действия распределенной узловой нагрузки; $S_i^{(1)}$ – усилие от единичной вертикальной силы, приложенной к узлу C , в котором вычисляется прогиб; EF – продольная жесткость стержней. Усилия трех опорных стержней не входят в сумму, эти стержни приняты недеформируемыми. Последовательный расчет прогиба ферм с различным числом панелей n дает следующие формулы:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= P(53a^3 + 3b^3 + 5c^3 + 7Hh^2) / (4h^2 EF), \\ \Delta_2 &= P(357a^3 + 5b^3 + 13c^3 + 9Hh^2) / (4h^2 EF), \\ \Delta_3 &= P(1513a^3 + 7b^3 + 25c^3 + 11Hh^2) / (4h^2 EF), \\ \Delta_4 &= P(4121a^3 + 9b^3 + 41c^3 + 13Hh^2) / (4h^2 EF), \dots\end{aligned}$$

В системе компьютерной математики «Maple» есть оператор **rgf_findrecur** из специализированного пакета **genfunc**, позволяющий определить общий член найденной последовательностей выражений для прогибов. Результат имеет вид:

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 b^3 + C_4 h^2 H) / (h^2 EF). \quad (1)$$

Коэффициенты в этом выражении зависят только от числа k , связанного с числом панелей в конструкции:

$$\begin{aligned}C_1 &= (10k^4 + 20k^3 + 16k^2 + 1) / 4, \quad C_2 = (2k^2 + 2k + 1) / 4, \\ C_3 &= (2k + 1) / 4, \quad C_4 = (2k + 5) / 4.\end{aligned} \quad (2)$$

Несколько проще решение в случае действия на ферму одной сосредоточенной вертикальной силы в среднем узле C верхнего пояса конструкции. Решение имеет тот же вид (1), но с коэффициентами:

$$\begin{aligned}C_1 &= (2k + 1)^3 / 4, \\ C_2 &= (2k + 1) / 4, \quad C_3 = C_4 = 1 / 4.\end{aligned}$$

На рис. 4 представлены графики зависимости (1) с коэффициентами (2) прогиба от числа панелей в случае действия распределенной нагрузки по всем узлам фермы.

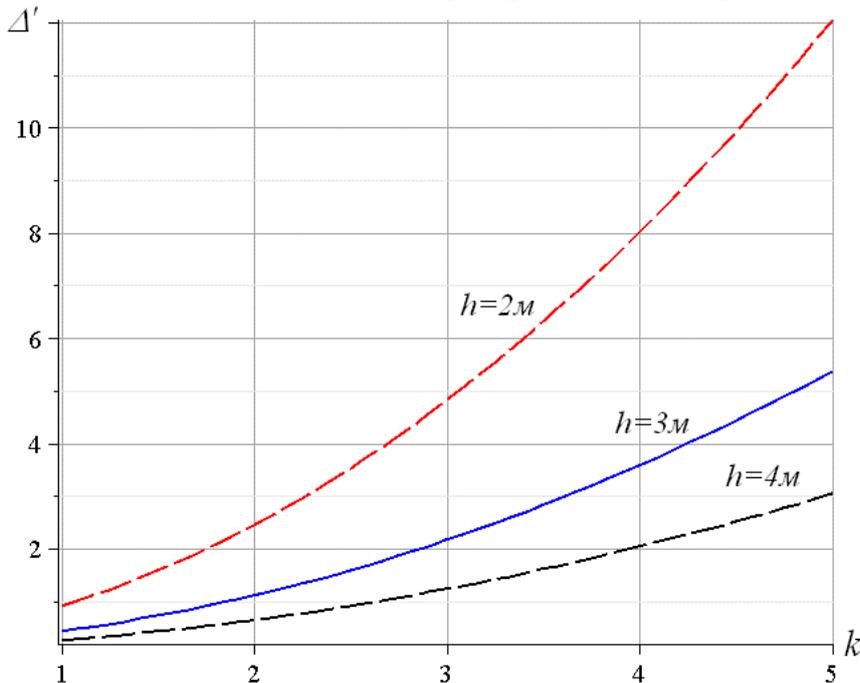


Рис. 4. Зависимость относительного прогиба фермы от числа панелей, $n = 2k + 1$, $a = 4$ м, $b = 1$ м, $H = 0,5$ м

Относительный прогиб $\Delta' = EF\Delta / (P_0L)$, где $P_0 = P(3n + 2)$, $L = 2an$, монотонно растет с увеличением числа панелей. Для меньших значений высоты h прогиб, как и следовало полагать, почти пропорционально больше.

Полученное решение для прогиба в случае действия распределенной нагрузки в пределе стремится к квадратичной параболе. Это можно заметить, вычисляя системе «Maple» следующий предел для относительного прогиба:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k^2 = 5a^2 / (48h^2).$$

Соответствующий оператор «Maple» имеет вид: **limit(DEL/k^2,k=infinity).**

Аналогичный предел имеет решение и для сосредоточенной в точке C нагрузки:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k^2 = a^2 / (2h^2).$$

Заключение. Предложена схема регулярной статически определимой фермы пространственного покрытия. Математическая модель схемы имеет три независимых геометрических параметра. Для произвольного числа панелей получены формулы зависимости прогиба конструкции от действия равномерно распределенной по узлам и сосредоточенной вертикальной нагрузки. Найденная зависимость обнаруживает нелинейные асимптоты.

Библиографический список

1. Игнатъев В. А., Игнатъев А. В. Метод конечных элементов в форме классического смешанного метода строительной механики (теория, математические модели и алгоритмы). – М.: Издательство АСВ, 2022. – 306 с.
2. Wang Q., Yang W., Wang L., Zhang D., Li Z., Ma G. Flexural performance of the integrated steel truss reinforced 3D printed concrete beams: Experimental and numerical analysis // *Journal of Building Engineering*. – 2024. – P. 110794. – <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.110794>.
3. Комерзан Е. В., Маслов А. Н. Аналитическая оценка основной частоты собственных колебаний регулярной фермы // *Строительная механика и конструкции*. – 2023. – № 2 (37). – С. 17–26. – DOI 10.36622/VSTU.2023.37.2.002.
4. Комерзан Е. В., Свириденко О. В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. – 2021. – № 2 (29). – С. 29–37.
5. Кирсанов М. Н. Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник: в 3 т. Т. 1–3. – М.: ИНФРА-М, 2024. – 238 с. – doi: 10.12737/textbook_5c3c4183ee7be5.95025996.
6. Kirsanov M., Saypulaev G., Saypulaev M. Formula for estimating the fundamental frequency of a frame-type planar truss // *AlfaBuild*. – 2023. – № 29. – Article No 2902. – doi: 10.57728/ALF.29.2.
7. Комерзан Е. В., Ниналалов И. Г., Свириденко О. В. Расчет основной частоты собственных колебаний плоской модели составной фермы // *Строительная механика и конструкции*. – 2023. – № 4 (39). – С. 27–34.
8. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // *Construction of Unique Buildings and Structures*. – 2022. – № 101. – Article No 10101. – doi: 10.4123/CUBS.101.1.
9. Kirsanov M. N., Safronov V. S. Analytical estimation of the first natural frequency and analysis of a planar regular truss oscillation spectrum // *Magazine of Civil Engineering*. – 2022. – № 111 (3). – Article No. 11114. – doi: 10.34910/MCE.111.14.
10. Хазов П. А., Н. И. Молодушная, Б. Б. Лампси (мл.) и др. Сравнение динамических расчетных моделей при определении частот и форм собственных колебаний большепролетной

стальной фермы покрытия здания велодрома // Приволжский научный журнал. – 2019. – № 2. – С. 16–24.

11. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. – 2021. – № 20. – Article No 2001. – doi: 10.34910/ALF.20.1.

12. Скулова П. А. Оценка частоты собственных колебаний фермы Больмана // Механизация и автоматизация строительства: сборник статей. – Самара: Самарский государственный технический университет, 2020. – С. 102–107.

13. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // Construction of Unique Buildings and Structures. – 2022. – № 101. – Article No 10101. – doi: 10.4123/CUBS.101.1.

14. Комерзан Е. В., Свириденко О. В. Статические деформации фермы составной пространственной рамы. Аналитические решения // Строительная механика и конструкции. – 2022. – № 4 (35). – С. 40–48. – doi 10.36622/VSTU.2022.35.4.005.

15. Zhongliang C., Sixin Y. Study on damage failure for a new double-triangular truss core sandwich structure // Heliyon. – 2023. – Vol. 9. – No. 9. – <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19917>.

16. Kirsanov M. Mathematical model of a spatial rectangular contour-type truss deformations AlfaBuild. – 2022. – № 25. – Article No 2505. – doi: 10.57728/ALF.25.5.

17. Ivanitskii A. D., Kirsanov M. N. Mathematical model of deformations of the antenna frame for space communications // 5th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE). – IEEE, 2023. – Vol. 5. – P. 1–5.

18. Кирсанов М. Н. Оценка частоты колебаний опоры линии электропередач // Вестник МЭИ. – 2022. – № 5. – С. 150–156. – doi: 10.24160/1993-6982-2022-5-150-156.

19. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // Construction of Unique Buildings and Structures. – 2021. – № 96. – Article No 9602. – doi: 10.4123/CUBS.96.2.

20. Podkoritovs, A., Serdjuks, D., Goremikins, V., Buka-Vaivade, K., Kirsanov, M.N. Behaviour of a space inverted triangular steel truss // Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. – 2020. – Vol. 15. – No. 4. – P. 54–70. – doi: 10.7250/bjrbe.2020-15.494.

21. Kirsanov M. N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels // Magazine of Civil Engineering. – 2020. – № 96 (4). – Pp. 110–117. – doi: 10.18720/MCE.96.9.

22. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss // Construction of Unique Buildings and Structures. – 2020. – Vol. 91. – Article No 9104. – doi: 10.18720/CUBS.91.4.

23. Кирсанов М. Н. Аналитический расчет деформаций фермы для длинного пролета // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15. – Вып. 10. – С. 1399–1406. – doi: 10.22227/1997-0935.2020.10.1399-1406.

24. Kirsanov M. N. The deflection of spatial coatings with periodic structure // Magazine of Civil Engineering. – 2017. – No. 8. – Pp. 58–66. – doi: 10.18720/MCE.76.6.

25. Кирсанов М. Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. – 2011. – № 5. – С. 11–15.

26. Кирсанов М. Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. – 2014. – № 5 (49). – С. 37–43. – doi: 10.5862/MCE.49.4.

27. Кирсанов М. Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. – № 3 (242). – С. 48–51.

References

1. Ignatiev V. A., Ignatiev A. V. Finite element method in the form of a classical mixed method of structural mechanics (theory, mathematical models and algorithms). Moscow: ASV Publishing House, 2022. 306 p. (in Russian).
2. Wang Q., Yang W., Wang L., Zhang D., Li Z., Ma G. Flexural performance of the integrated steel truss reinforced 3D printed concrete beams: Experimental and numerical analysis // *Journal of Building Engineering*. 2024. P. 110794. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.110794>
3. Komerzan E. V., Maslov A. N. Analytical assessment of the fundamental frequency of natural vibrations of a regular truss // *Structural Mechanics and Structures*. 2023. № 2 (37). P. 17–26. DOI 10.36622/VSTU.2023.37.2.002. (in Russian).
4. Komerzan E. V., Sviridenko O. V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels // *Structural mechanics and structures*. 2021. № 2 (29). P. 29–37. (in Russian).
5. Kirsanov M. N. Flat trusses. Schemes and calculation formulas: handbook. Moscow: INFRA-M, 2024. 238 p. DOI: 10.12737/textbook_5c3c4183ee7be5.95025996. (in Russian).
6. Kirsanov M., Saypulaev G., Saypulaev M. Formula for estimating the fundamental frequency of a frame-type planar truss // *AlfaBuild*. 2023. № 29. Article No 2902. DOI: 10.57728/ALF.29.2.
7. Komerzan E. V., Ninalalov I. G., Sviridenko O. V. Calculation of the fundamental frequency of natural oscillations of a flat model of a composite truss // *Structural Mechanics and Structures*. 2023. № 4 (39). P. 27–34. (in Russian).
8. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022. № 101. Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1.
9. Kirsanov M. N., Safronov V. S. Analytical estimation of the first natural frequency and analysis of a planar regular truss oscillation spectrum // *Magazine of Civil Engineering*. 2022. № 111 (3). Article No. P. 11114. DOI: 10.34910/MCE.111.14.
10. Khazov P. A., Molodushnaya N. I., Lampsi (Jr.) B. B. et al. Comparison of dynamic calculation models for determining the frequencies and modes of natural vibrations of a large-span steel truss of a velodrome building roof // *Privolzhsky Scientific Journal*. 2019. No. 2. P. 16–24. (in Russian).
11. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // *AlfaBuild*. 2021. № 20. Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1.
12. Skulova P. A. Estimation of the natural oscillation frequency of the Bohlmann truss. In the collection: *Mechanization and automation of construction. Collection of articles*. Samara State Technical University. Samara. 2020. P. 102–107. (in Russian).
13. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022. № 101. Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1.
14. Komerzan E. V., Sviridenko O. V. Static deformations of a composite spatial frame truss. Analytical solutions // *Structural mechanics and structures*. 2022. No. 4 (35). P. 40–48. doi 10.36622/VSTU.2022.35.4.005. (in Russian).
15. Zhongliang C., Sixin Y. Study on damage failure for a new double-triangular truss core sandwich structure // *Heliyon*. 2023. V. 9. No. 9. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19917>.
16. Kirsanov M. Mathematical model of a spatial rectangular contour-type truss deformations // *AlfaBuild*. 2022. № 25. Article No 2505. doi: 10.57728/ALF.25.5.
17. Ivanitskii A. D., Kirsanov M. N. Mathematical model of deformations of the antenna frame for space communications // *5th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*. IEEE, 2023. V. 5. P. 1–5.

18. Kirsanov M. N. Estimation of the frequency of oscillations of a transmission line support. *Bulletin of MPEI*. 2022. No. 5. P. 150–156. doi: 10.24160/1993-6982-2022-5-150-156. (in Russian).
19. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2021. 96 Article No. 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2.
20. Podkoritovs A., Serdjuks D., Goremikins V., Buka-Vaivade K., Kirsanov M. N. Behavior of a space inverted triangular steel truss // *Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*. 2020. V. 15. No 4. 54–70. doi: 10.7250/bjrbe.2020-15.494.
21. Kirsanov M. N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels // *Magazine of Civil Engineering*. 2020. 96 (4). P. 110–117. doi: 10.18720/MCE.96.9.
22. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. Vol. 91. Article No. 9104. doi: 10.18720/CUBS.91.4.
23. Kirsanov M. N. Analytical calculation of deformations of a truss for a long span covering // *Bulletin of MGSU*. 2020. V. 15. No. 10. P. 1399–1406. doi: 10.22227/1997-0935.2020.10.1399-1406 (in Russian).
24. Kirsanov M. N. The deflection of spatial coatings with periodic structure // *Magazine of Civil Engineering*. 2017. No. 8. P. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6.
25. Kirsanov M. N. Features of analytical calculation of spatial rod systems // *Structural mechanics and calculation of structures*. 2011. No. 5. P. 11–15. (in Russian).
26. Kirsanov M. N. Bending, torsion and asymptotic analysis of a spatial rod console // *Civil engineering journal*. 2014. No. 5(49). P. 37–43. doi: 10.5862/MCE.49.4. (in Russian).
27. Kirsanov M. N. Calculation of a spatial rod system allowing instantaneous variability // *Structural mechanics and calculation of structures*. 2012. No. 3(242). P. 48–51. (in Russian).

ANALYTICAL ASSESSMENT OF THE DEFLECTION OF THE ROD MODEL OF A FOUR-SLOPE ROOF FRAME

S. V. Astakhov ¹

National Research University «MPEI» ¹
Moscow, Russia

¹ PhD of Technical Sciences Sciences, Associate Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: nccl@mail.ru

A rectangular rod frame of a regular roof rests on vertical posts along the perimeter. An algorithm is given for deriving a formula for the dependence of the structure deflection on the number of panels under the action of a load uniformly distributed over the nodes. It is assumed that the elastic rods of the structure are connected by ideal hinges. The rigidity of the truss is calculated using the Maxwell – Mohr formula. The system of equations for the equilibrium of nodes and its solution in analytical form are compiled in the Maple computer mathematics system. Generalization of the final formula to an arbitrary number of panels is performed based on the calculation data of several trusses with a successively increasing number of panels using the induction method.

Keywords: statically determinate structure, deflection, induction, Maxwell – Mohr formula, spatial truss.