

ЗАВИСИМОСТЬ ОБЛАСТИ РЕЗОНАНСНО БЕЗОПАСНЫХ ЧАСТОТ ОТ РАЗМЕРОВ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ

Л. Лыонг Конг

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Аспирант кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7 (917) 633-24-68,
e-mail: luongcongluan96@gmail.com

Объектом исследования является плоская модель статически определимой симметричной фермы шпренгельного типа. Стержни фермы имеют одинаковое сечение, а масса фермы равномерно распределена по ее узлам. Цель исследования – применить метод Донкерлея и его упрощенный вариант для получения в аналитическом виде зависимости первой собственной частоты колебаний от числа панелей. Задача заключалась в определении зависимости от геометрии фермы размеров области собственных частот, в которой резонанс не наблюдается. Все преобразования выполнялись в программе символьной математики Maple. Результаты предложенных методов, по сравнению с результатами численного метода, показывают их пригодность для ферм с большим количеством панелей. Зависимость области безопасных частот от размеров балочной фермы получена в виде графика. Анализируемый спектр собственных частот позволяет оценить и спрогнозировать динамические характеристики конструкции. Найдена зона резонансной безопасности – область частот, в которой нет собственных частот конструкции. Показано, как эта область зависит от размеров фермы.

Ключевые слова: ферма, первая собственная частота, метод Донкерлея, Maple, спектры собственных частот, аналитическое решение, резонансный безопасный диапазон.

Введение. Собственные частоты колебаний фермы важны для оценки ее динамики и оценки возможности резонансных явлений, которые могут привести к повреждению или разрушению конструкции. В инженерной практике определение собственных частот колебаний является важной частью проектирования и проверки безопасности ферменных конструкций. Для определения собственных частот колебаний фермы можно использовать соответствующие математические модели, например, метод конечных элементов [1-3]. Этот метод позволяет представить ферму как систему из дискретных элементов, связанных друг с другом, и рассчитывать собственные частоты этой системы. Обычно для динамических расчетов наибольший интерес представляет верхняя или нижняя оценка первой частоты. Для этого полезными методами могут быть метод Донкерлея [4-8] и метод Рэлея [9, 10]. Коэффициенты, полученные методом Донкерлея, часто проще, однако точность этого приближенного метода не очень высока. Для ферм сложной конструкции точность метода Донкерлея зачастую оказывается неудовлетворительной.

В данном исследовании для определения первой собственной частоты фермы использован метод Донкерлея и предложен его упрощенный вариант [11, 12]. Коэффициенты, полученные упрощенным методом, более просты, чем по методу Донкерлея, и при этом, как правило, дают результаты с большей точностью. С помощью специальных операторов в программах на математическом языке, таких как Maple и Mathematica, системы линейных уравнений можно решать в символьной форме [13-15]. Аналитическая оценка собственных

частот с использованием компьютерной математической системы Maple представлена в [16, 17]. Нелинейная параметрическая вибрация панелей переменной толщины изучалась в [18].

Конструкция фермы. Рассматриваемая ферма представляет собой статически определенную плоскую симметричную ферму (рис. 1). Длина фермы $L = 4an$. Вся масса фермы условно распределена по $K = 12n + 2$ узлам конструкции, за исключением двух опорных узлов. Ферма содержит $\nu = 24n + 4$ стержней. В это число также входят три стержня, моделирующие опоры.

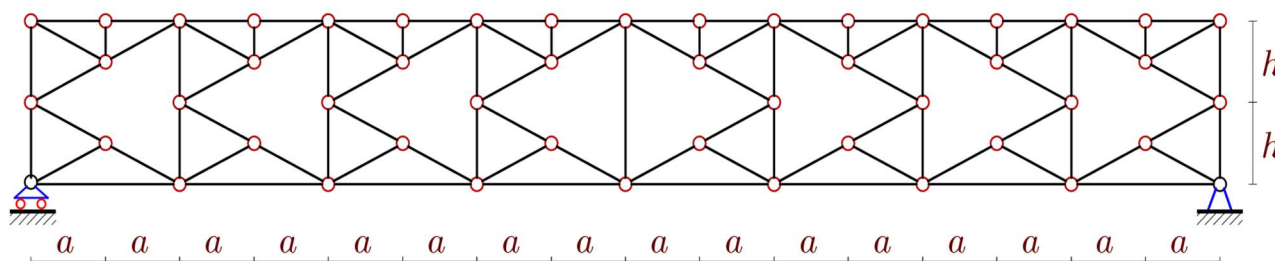


Рис. 1. Ферма, $n = 2$

На рис. 2 показана нумерация стержней и узлов фермы на примере фермы с двумя панелями ($n = 2$). Опоры моделируются стержнями.

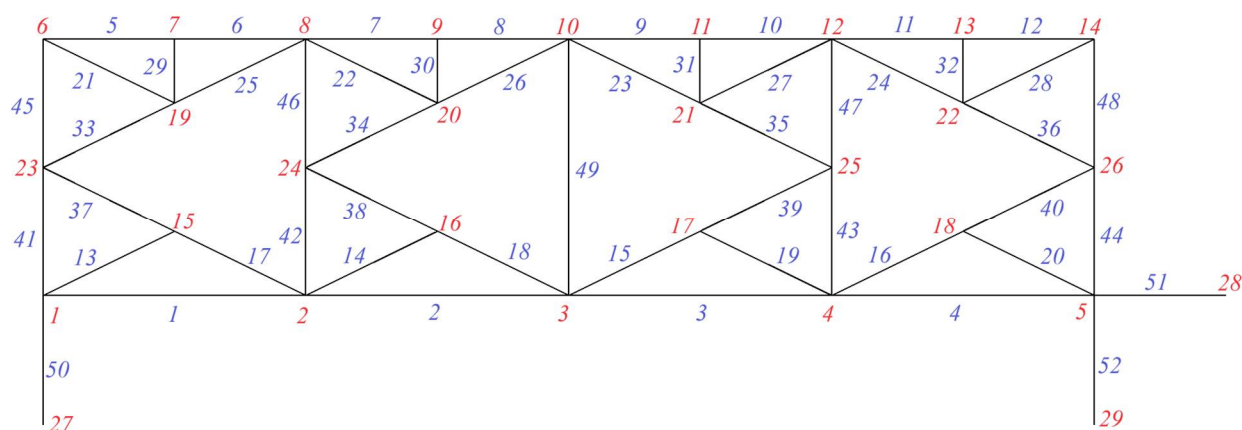


Рис. 2. Нумерация стержней и узлов, $n = 2$

1. Метод Донкерлея. Метод Донкерлея часто применяется в приближенных инженерных расчетах для предварительной оценки нижней границы основной частоты фермы. Этот метод основан на дискретной аппроксимации структуры, где она представляется как система сосредоточенных масс и упругих элементов (стержней). Нижняя оценка частоты первого колебания K масс M по методу Донкерлея имеет следующий вид [5, 6]:

$$\omega_D^{-2} = M \sum_{p=1}^K \delta_p = M \Delta_n. \quad (1)$$

Расчет серии ферм с разным числом панелей показал, что коэффициент Δ_n имеет вид, не зависящий от параметра n :

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \frac{48a^3 + 8c^3 + 97h^3}{4h^2EF}, \\ \Delta_2 &= \frac{1192a^3 + 130c^3 + 739h^3}{16h^2EF}, \\ \Delta_3 &= \frac{3764a^3 + 219c^3 + 866h^3}{12h^2EF}, \\ \Delta_4 &= \frac{30640a^3 + 1036c^3 + 3269h^3}{32h^2EF}, \\ \Delta_5 &= \frac{46728a^3 + 1010c^3 + 2723h^3}{20h^2EF}, \\ \Delta_6 &= \frac{234392a^3 + 3486c^3 + 8359h^3}{48h^2EF}, \\ &\dots\end{aligned}$$

Здесь обозначены длины раскосов: $c = \sqrt{4a^2 + h^2}$. Зависимость прогиба от количества панелей и размера фермы имеет следующий вид:

$$\Delta_n = (C_1a^3 + C_2c^3 + C_3h^3) / (h^2EF), \quad (2)$$

При использовании операторов в программе Maple для решения рекуррентных уравнений получены следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned}C_1 &= (128n^4 - 140n^3 + 290n^2 + 65n + 17) / 30, \\ C_2 &= (16n^2 + n - 1) / 8, \\ C_3 &= (16n^3 + 128n^2 + 49n + 1) / 96.\end{aligned} \quad (3)$$

Формула для оценки первой частоты колебаний фермы будет следующей:

$$\omega_D = h \sqrt{\frac{EF}{M(C_1a^3 + C_2c^3 + C_3h^3)}}, \quad (4)$$

где коэффициенты рассчитаны по формуле (3).

2. Упрощенный метод оценки первой частоты. Упрощенный метод Донкерлея основан на замене суммирования частот в (1) на приближенное значение суммы, вычисляемое по формуле площади треугольника.

Использование упрощенного метода позволяет эффективно и точно рассчитать собственные частоты колебаний фермы. Приблизительная оценка первой частоты колебаний упрощенным методом имеет следующий вид:

$$\omega_*^{-2} = \sum_{p=1}^K u_p. \quad (5)$$

Распределение коэффициента u_p в (5) по узлам конструкции при $n=2$ представлено на рис. 3.

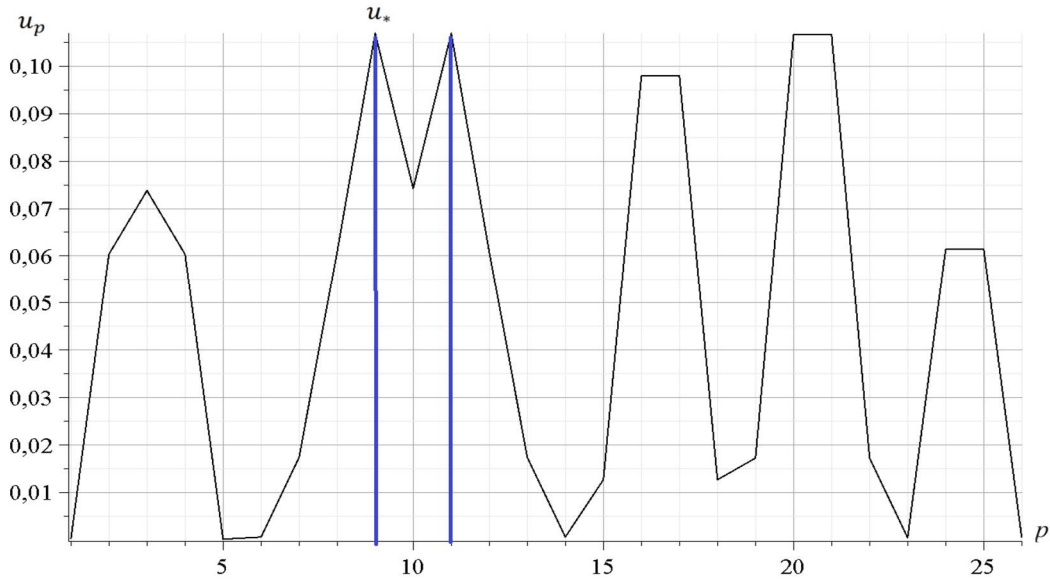


Рис. 3. Зависимость коэффициента u_p от номера узла фермы при $n = 2$

Сумму $\sum_{p=1}^K u_p$ можно интерпретировать как площадь, ограниченную кривой распределения прогибов. При расположении частот в порядке возрастания эту площадь можно легко вычислить по формуле площади треугольника $\sum_{p=1}^K u_p = Ku_* / 2$ (рис. 4).

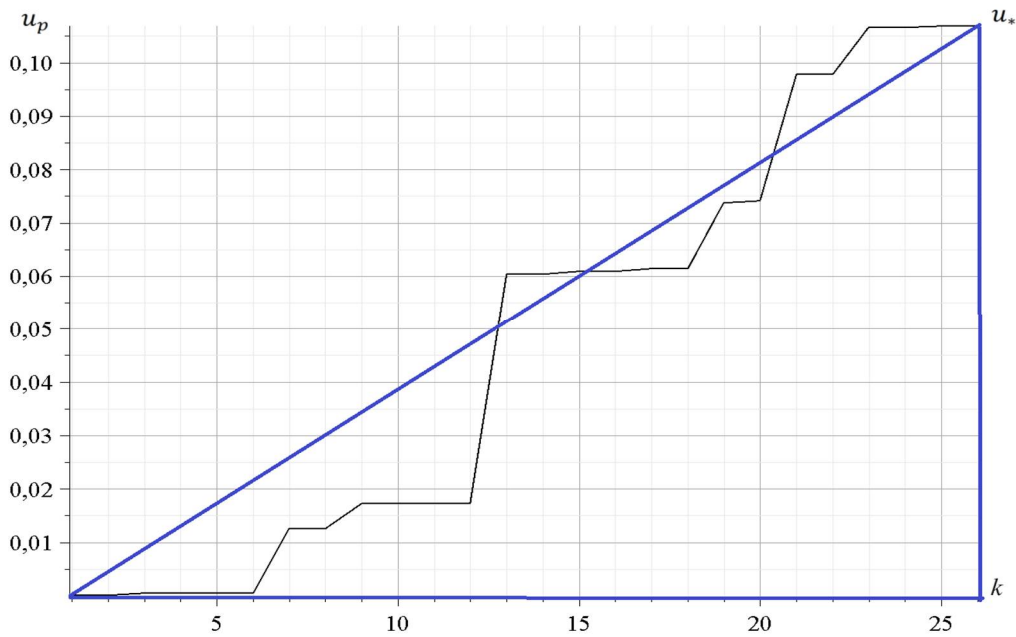


Рис. 4. Коэффициенты u_p в порядке возрастания при $n = 2$

Здесь u_* – максимальный частичный прогиб некоторого узла фермы от действия на ферму единичной силы, приложенной к этому узлу.

На рис. 4 по горизонтальной оси показаны значения \tilde{u}_* в порядке возрастания. Пробные вычисления величины \tilde{u}_* при различных n показывают, что наибольшее значение

\tilde{u}_* находится в узле с номером $n+1$. Вычисление величины $\tilde{u}_* = \tilde{u}_{n+1}$ для различных порядков фермы дает следующую последовательность:

$$\begin{aligned} n = 1 : \tilde{u}_* &= \frac{7c^3 + 42h^3}{4h^2 EF}, \\ n = 2 : \tilde{u}_* &= \frac{104a^3 + 26c^3 + 91h^3}{4h^2 EF}, \\ n = 3 : \tilde{u}_* &= \frac{760a^3 + 57c^3 + 38h^3}{4h^2 EF}, \\ n = 4 : \tilde{u}_* &= \frac{2800a^3 + 100c^3 + 225h^3}{4h^2 EF}, \\ n = 5 : \tilde{u}_* &= \frac{7440a^3 + 155c^3 + 310h^3}{4h^2 EF}, \\ n = 6 : \tilde{u}_* &= \frac{16280a^3 + 222c^3 + 407h^3}{4h^2 EF}, \\ &\dots \end{aligned}$$

Формула в обобщенном виде для произвольного числа панелей n имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} C_1 &= n(n-1)(2n-1)(6n+1)/3, \\ C_2 &= n(6n+1)(2n-1)/4, \\ C_3 &= (n+5)(6n+1)/4. \end{aligned}$$

С помощью операторов программы Maple формула для оценки зависимости первой частоты фермы от количества панелей упрощенным методом получается в следующем виде:

$$\omega_* = 2h \sqrt{\frac{3EF}{M(6n+1)(4(6n+1)n^3a^3 + 3n(2n-1)c^3 + 3(6n+1)h^3)}}. \quad (6)$$

3. Результаты и их обсуждение. Зависимость собственной частоты от порядка фермы, найденная предложенными методами, сравнивается с результатами, полученными численным методом, представленными на рис. 5. В анализируемом примере материал стальных стержней фермы имеет модуль упругости $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа. Площадь поперечного сечения стержней $F = 4 \text{ см}^2$. Массы в узлах $M=100$ кг, размеры $a=3$ м, $h=2$ м. На рис. 5 кривая ω_1 показывает зависимость первой частоты фермы от количества панелей, полученную численным методом, красная кривая ω_D соответствует методу Донкерлея, а зеленая кривая ω_* построена по формулам, полученным упрощенным методом (6).

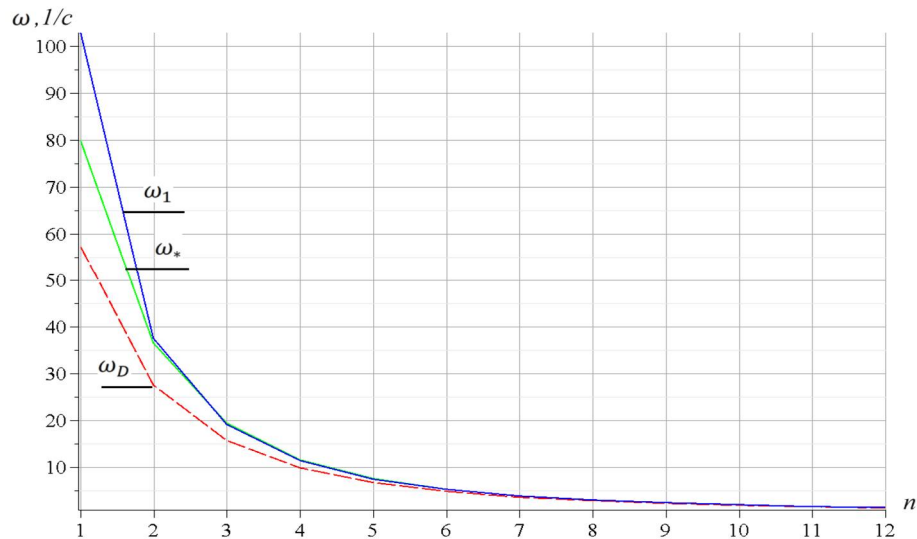


Рис. 5. Зависимость первой частоты от количества панелей фермы

Из графика видно, что при небольшом количестве панелей первая частота, полученная методом Донкерлея, существенно отличается от численного решения и упрощенного метода. Первая частота фермы, полученная предложенными методами, монотонно уменьшается с увеличением числа панелей. Нетрудно заметить, что первая частота очень быстро уменьшается, особенно когда количество панелей фермы невелико. При $n > 3$ результаты, полученные упрощенным методом, практически совпадают с численным методом. Это показывает, что упрощенный метод в анализируемом примере дает хорошие результаты. Оба метода особенно подходят для оценки первой частоты с большим количеством панелей рассматриваемой фермы.

Безразмерные значения относительных погрешностей $\varepsilon_D = (\omega_1 - \omega_D) / \omega_1$ и $\varepsilon_* = |\omega_1 - \omega_*| / \omega_1$ используются для сравнительной оценки точности предлагаемых решений. Из рис. 6 видно, что для всех значений n упрощенный метод всегда дает лучшие результаты, чем метод Донкерлея.

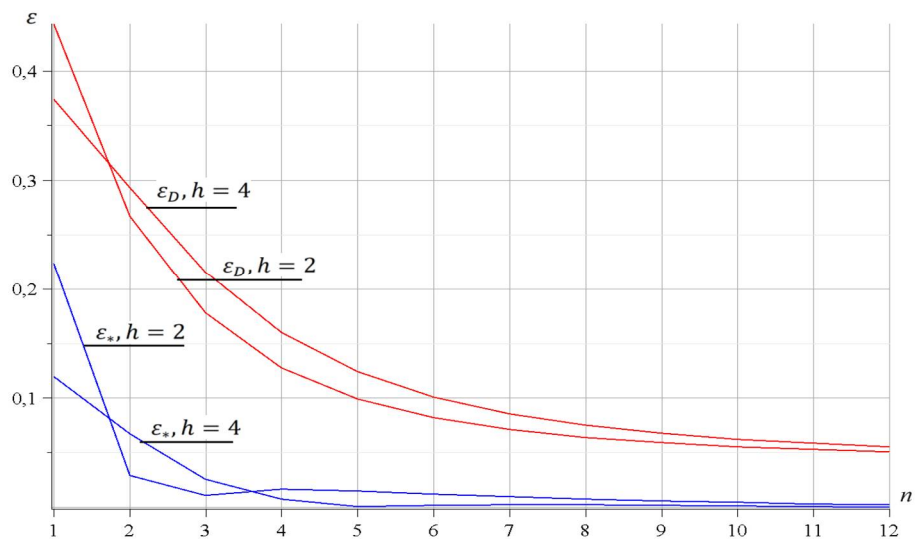


Рис. 6. Относительные погрешности методов. Высота h в метрах

С увеличением количества панелей погрешности обоих методов уменьшаются, что показывает пригодность предложенных методов при решении балочных ферм с большим количеством панелей. Для обоих методов значение высоты $h = 4$ м всегда дает более высокую

точность. Для метода Донкерлея погрешность находится в пределах диапазона от 5 до 45%. Если не учитывать фермы с малым количеством панелей, что на практике не имеет смысла, то погрешность метода Донкерлея будет в пределах от 5 до 20%. Точность этого метода в рассматриваемом примере вполне приемлемая. Для упрощенного метода при числе панелей $n > 3$ относительная погрешность всегда меньше 5 % и достигает 0,5 % при достаточно большом количестве панелей. Отсюда можно сделать вывод, что для ферм с большим количеством панелей упрощенный метод показывает гораздо большую пригодность и эффективность, чем метод Донкерлея.

4. Спектры собственных частот регулярных ферм. Динамические свойства фермы можно оценить по спектру собственных частот. Спектры собственных частот регулярных ферм могут быть разнообразными в зависимости от конкретной конструкции и характеристик. Однако обычно они представляют собой набор дискретных значений, соответствующих собственным частотам колебаний, которые возникают в ферме при воздействии внешних сил. Знание спектров собственных частот фермы позволяет оценить ее динамическое поведение с учетом геометрии и свойств материала. На основе спектров собственных частот можно определить резонансные частоты, на которых ферма может реагировать на воздействие внешних сил, что важно на практике. Эта информация дает практическим инженерам лучшее понимание динамики фермы и возможность принимать соответствующие проектные решения.

На графике (рис. 7) показаны спектры двенадцати регулярных ферм порядка $n = 1, \dots, 12$, рассчитанные численно в той же программе системы Maple, в которой получены аналитические оценки (4) и (6).

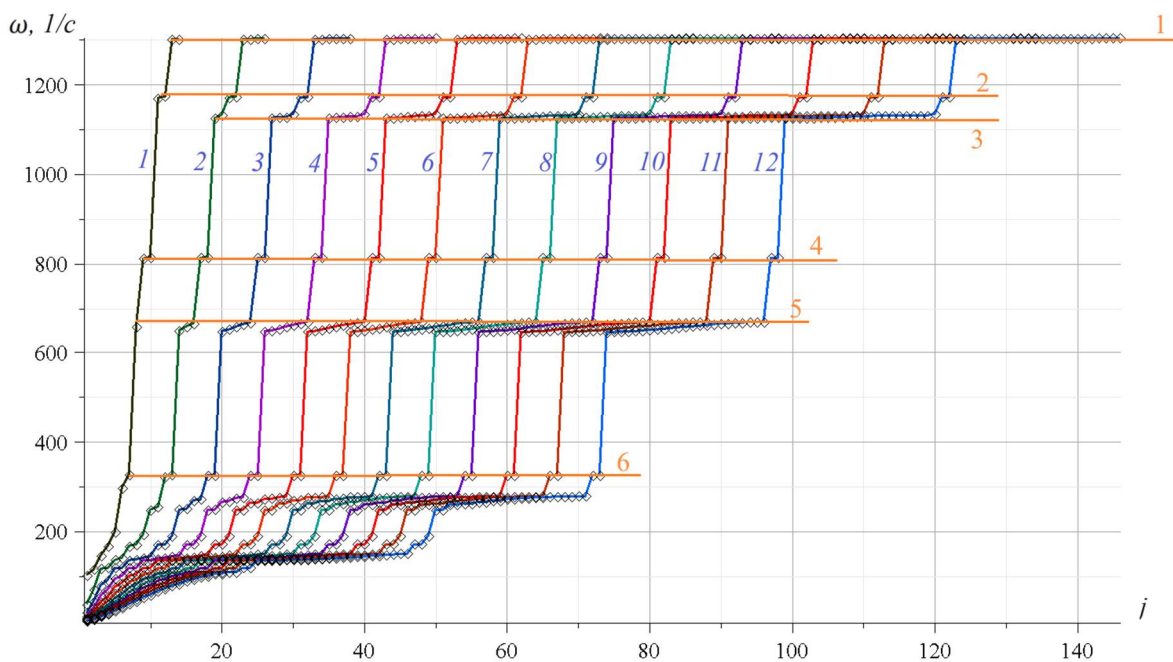


Рис. 7. Спектры регулярных ферм $a = 3м, h = 2м$.

Каждая кривая соответствует ферме с указанным количеством панелей. Координаты точек на кривых – это собственные частоты ее спектра. На оси j отложены номера собственных частот в упорядоченных спектрах.

В рассматриваемом примере для размеров $a = 3м, h = 2м$ на графике появляются шесть горизонтальных прямых, соединяющих точки, представляющие почти постоянные (с пренебрежимо малой погрешностью) значения собственных частот для ферм разных порядков. Они называются спектральными константами и пронумерованы от 1 до 6. Верхняя граница частоты 1 принадлежит всем спектрам семейства ферм различного порядка.

Спектральные константы могут быть использованы для анализа и оптимизации ферм с большим количеством панелей. Эти константы позволяют приближенно оценить частоты собственных колебаний ферм большого порядка, по данным расчетов ферм с небольшим числом панелей. Это дает возможность оптимизировать схему фермы, учитывая различные требования к жесткости и прочности ее элементов.

Картины распределения частот ферм разного порядка обнаруживают области, в которых нет собственных частот конструкции. Такие области будем называть резонансно безопасными. Резонансно безопасные области в спектрах означают, что внешние воздействия на конструкцию возмущениями с такими частотами не приведут к резонансу и не повредят или разрушат конструкцию. Это важно для обеспечения безопасности и долговечности фермы.

При размерах $a=3м, h=2м$ на рис. 7 собственные частоты также имеют шесть спектральных констант. Интервал частот между константами 3 и 4 равен $310с^{-1}$. При размерах $a=3м, h=3м$ эта величина равна $240с^{-1}$. На рис. 8 показана зависимость размера резонансно безопасного диапазона от высоты фермы h . Горизонтальная ось представляет значение h , вертикальная ось – значение частоты между константами 3 и 4. Константа 3 соответствует частоте ω_{20} , одинаковой с некоторой небольшой погрешностью для ферм различного порядка, константа 4 – ω_{19} . Из рис. 8 видно, что для рассматриваемой фермы резонансная зона безопасности уменьшается с увеличением высоты h .

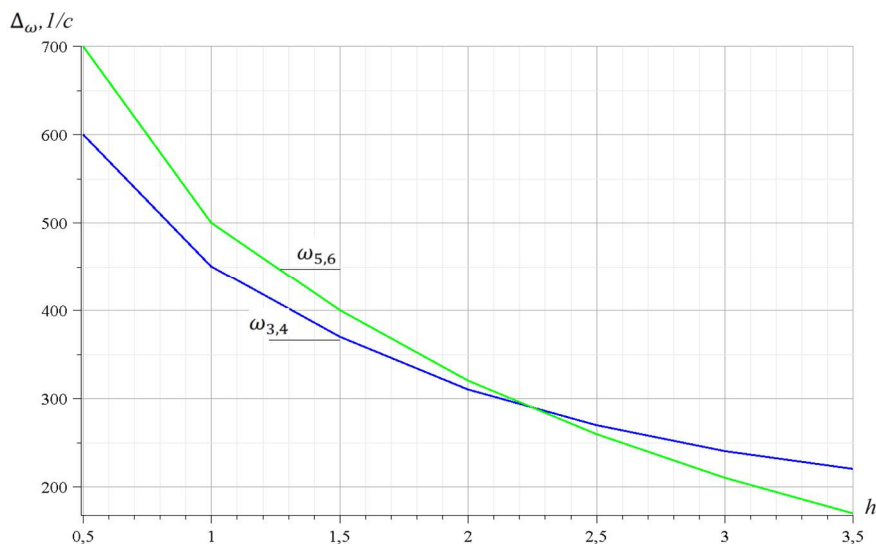


Рис. 8. Зависимость безопасного диапазона частот $\Delta_{5,6}, \Delta_{3,4}$ от h

Значение $\Delta_{(3,4)} = \omega_{20} - \omega_{19}$ – это размер резонансно безопасной области.

Заключение. Зависимость первой собственной частоты колебаний фермы от числа панелей найдена в аналитическом виде путем исследования статически определенной плоской фермы. И метод Донкерлея, и его упрощенный вариант показывают пригодность при решении задач с фермами с большим количеством панелей.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

1. Коэффициенты формулы расчета первой частоты предлагаемой фермы, полученные упрощенным методом, проще, но дают результаты с большей точностью, чем метод Донкерлея.
2. С увеличением количества панелей первая частота колебаний фермы уменьшается, а также увеличивается точность обоих предложенных методов.

3. Зависимость размеров областей резонансной безопасности фермы от ее высоты представлена в виде графика.

Библиографический список

1. Low, K. H. Modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. 42. Pp. 1287–1305.
2. Han Q. H. et al. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis. *Engineering Structures*. 2015. T. 82. C. 186-198. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.10.013>
3. Ignatyev, A. V. On the Efficiency of the Finite Element Method in the Form of the Classical Mixed Method. *Procedia Engineering*. 2016. 150. Pp. 1760–1765.
4. Levy, C. An Iterative Technique Based on the Dunkerley Method for Determining the Natural Frequencies of Vibrating Systems. *Journal of Sound and Vibration*, Academic Press. 1991. 150. Pp. 111–118. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90405-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90405-9).
5. Kirsanov M., Luong C. L. Deformations and natural frequency spectrum of a planar truss with an arbitrary number of panels. *AlfaBuild*. 2022. 25. Pp. 2507.
6. Кирсанов М.Н., Льюнг Конг Луан Аналитическое решение задачи о зависимости первой частоты колебаний фермы рамного типа от числа панелей. *Строительная механика и конструкции*. 2023. 38. С. 108-116. DOI 10.36622/VSTU.2023.38.3.010.
7. Kirsanov, M. Simplified Dunkerley method for estimating the first oscillation frequency of a regular truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 108 Article No 10801. doi: 10.4123/CUBS.108.1
8. Low K. H. A Modified Dunkerley Formula for Eigenfrequencies of Beams Carrying Concentrated Masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. 42. Pp. 1287–1305. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(99\)00049-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(99)00049-1)
9. Kirsanov, M. N., Luong C. Natural frequency spectra of spatial structure. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 106. 10604. <https://doi.org/10.4123/CUBS.106.4>.
10. Vatin, N. J. Havula , Martikainen L., Sinelnikov A. S., Orlova A. V., Salamakhin S. V. Thin-walled cross-sections and their joints: Tests and FEM-modelling. *Advanced Materials Research*. 2014. 945–949. Pp. 1211–1215.
11. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. 92. 9204. <https://doi.org/10.18720/CUBS.92.4>
12. Zotos, K. Performance comparison of Maple and Mathematica. *Applied Mathematics and Computation*. 2007. 188. P. 1426–1429. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.11.008>
13. Kirsanov M. N. Formulas for Calculating Deformations and Natural Frequency of Free Vibrations of a Hexagonal Tower // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. Issue № 1 (61), 2024. Pp.101-109. DOI 10.36622/VSTU.2024.61.1.009
14. Goloskokov, D. P., Matrosov A. V. Approximate analytical approach in analyzing an orthotropic rectangular plate with a crack. *Materials Physics and Mechanics*. 2018. 36. Pp. 137–141.
15. Tinkov, D. V. The Optimum Geometry of the Flat Diagonal Truss Taking into Account the Linear Creep. *Magazine of Civil Engineering*, St-Petersburg State Polytechnical University. 2016. 61. Pp. 25–32. <https://doi.org/10.5862/MCE.61.3>.
16. Kirsanov, M. Model of a Spatial Dome Cover. Deformations and Oscillation Frequency . *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. 99. 9904.
17. Петриченко Е. А. Нижняя граница частоты собственных колебаний фермы Финка. *Строительная механика и конструкции*. 2020 №3 (26). С. 21-29.. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.4.510-517>.
18. Macareno, L. M., Agirrebeitia J., Angulo C., Avilés R. FEM subsystem replacement

techniques for strength problems in variable geometry trusses. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2008. 44(6–7). Pp. 346–357.

References

1. Low, K. H. Modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. 42. Pp. 1287–1305.
2. Han Q. H. et al. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis. *Engineering Structures*. 2015. T. 82. C. 186-198. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.10.013>
3. Ignatyev, A. V. On the Efficiency of the Finite Element Method in the Form of the Classical Mixed Method. *Procedia Engineering*. 2016. 150. Pp. 1760–1765.
4. Levy, C. An Iterative Technique Based on the Dunkerley Method for Determining the Natural Frequencies of Vibrating Systems. *Journal of Sound and Vibration*, Academic Press. 1991. 150. Pp. 111–118. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90405-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90405-9).
5. Kirsanov M., Luong C. L. Deformations and natural frequency spectrum of a planar truss with an arbitrary number of panels. *AlfaBuild*. 2022. 25. Pp. 2507.
6. Kirsanov M. N., Luong Cong Luan. Analytical solution to the problem of the dependence of the first vibration frequency of a frame-type truss on the number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2023. 38. Pp. 108-116. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2023.38.3.010>.
7. Kirsanov, M. Simplified Dunkerley method for estimating the first oscillation frequency of a regular truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 108 Article No 10801. doi: 10.4123/CUBS.108.1
8. Low K. H. A Modified Dunkerley Formula for Eigenfrequencies of Beams Carrying Concentrated Masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. 42. Pp. 1287–1305. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(99\)00049-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(99)00049-1)
9. Kirsanov, M. N., Luong C. Natural frequency spectra of spatial structure. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 106. 10604. <https://doi.org/10.4123/CUBS.106.4>.
10. Vatin, N. J. Havula , Martikainen L., Sinelnikov A. S., Orlova A. V., Salamakhin S. V. Thin-walled cross-sections and their joints: Tests and FEM-modelling. *Advanced Materials Research*. 2014. 945–949. Pp. 1211–1215.
11. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. 92. 9204. <https://doi.org/10.18720/CUBS.92.4>
12. Zotos, K. Performance comparison of Maple and Mathematica. *Applied Mathematics and Computation*. 2007. 188. P. 1426–1429. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.11.008>
13. Kirsanov M. N. Formulas for Calculating Deformations and Natural Frequency of Free Vibrations of a Hexagonal Tower. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. Issue № 1 (61), 2024. Pp.101-109. DOI 10.36622/VSTU.2024.61.1.009
14. Goloskokov, D. P., Matrosov A. V. Approximate analytical approach in analyzing an orthotropic rectangular plate with a crack. *Materials Physics and Mechanics*. 2018. 36. Pp. 137–141.
15. Tinkov, D. V. The Optimum Geometry of the Flat Diagonal Truss Taking into Account the Linear Creep. *Magazine of Civil Engineering*, St-Petersburg State Polytechnical University. 2016. 61. Pp. 25–32. <https://doi.org/10.5862/MCE.61.3>.
16. Kirsanov, M. Model of a Spatial Dome Cover. *Deformations and Oscillation Frequency . Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. 99. 9904.
17. Petrichenko E. A. Lower limit of the natural vibration frequency of the Fink truss. *Builds*.

- mechanics and structures. 2020. 26. Pp. 21–29. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.4.510-517>
18. Macareno, L. M., Agirrebeitia J., Angulo C., Avilés R. FEM subsystem replacement techniques for strength problems in variable geometry trusses. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2008. 44(6–7). Pp. 346–357.

DEPENDENCE OF THE REGION OF RESONANCE-SAFE FREQUENCIES ON THE SIZES OF STATICALLY DETERMINABLE FLAT TRUSS

L. Luong Cong

National Research University «MPEI»

Moscow, Russia

Graduate student of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines,
Tel.: +7 (917) 633-24-68, e-mail: luongcongluan96@gmail.com

The object of study is a flat model of a statically determinate symmetrical truss of truss type. The truss rods have the same cross-section, and the truss masses are evenly distributed among its nodes. The purpose of the study is to derive in analytical form the dependence of the first natural frequency of oscillations on the number of panels. The Dunkerley method and the simplified Dunkerley method were used to estimate the first frequency of the truss. All transformations in the study are performed in the symbolic mathematics program Maple. The results of the proposed methods in comparison with the results of the numerical method show their suitability for trusses with many panels. As the number of panels increases, the accuracy of the analytical assessment also increases. The analyzed spectrum of natural frequencies allows one to evaluate and predict the dynamic characteristics of the structure. A resonant safety zone has been found - an area in which there are no natural frequencies of the structure. It is shown that this area depends on the size of the truss.

Key words: truss, first natural frequency, Dunkerley method, Maple, natural frequency spectra, analytical solution, resonant safe range.