

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.074

DOI: 10.22227/1997-0935.2023.7.1032-1038

Деформации пространственной модели трехгранной стержневой башни с двойной решеткой

Михаил Николаевич Кирсанов

*Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт»
(НИУ «МЭИ»); г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Введение. Расчет деформаций пространственных конструкций, как правило, выполняется численно на основе метода конечных элементов. С развитием систем компьютерной математики для регулярных систем появилась возможность получения аналитических решений. Такие решения можно использовать как тестовые для оценки численных решений, так и для предварительного расчета конструкции на этапе проектирования. Ставится задача вывести зависимости деформаций пространственной фермы под действием различных нагрузок от ее размеров и числа панелей.

Материалы и методы. Ферма конструкции башни статически определимая. Расчет величин усилий в стержнях выполняется методом вырезания узлов в системе символьной математики Maple. Для определения смещения узла вершины фермы используется формула Максвелла – Мора с учетом только продольных деформаций стержней. Из обобщения серии аналитических решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей на произвольное число панелей методом индукции выводится искомая формула.

Результаты. Приведен алгоритм вывода формул для прогибов сооружения по двум взаимно перпендикулярным горизонтальным осям при действии боковых равномерно распределенных узловых нагрузок. Получены картины распределения усилий по стержням фермы и найдены аналитические зависимости усилий в некоторых стержнях от числа панелей. Обнаружены и вычислены линейные асимптотики решений по числу панелей и точки экстремума.

Выводы. Рассмотренная модель пространственной статически определимой фермы башни позволяет вывести точные в пределах принятой модели формулы для деформаций под действием различных нагрузок. Выведенные формулы можно использовать для предварительной оценки проектируемой конструкции и применять как тестовые для численных расчетов. Точки экстремума и аналитические выражения для асимптот позволяют применять выведенные формулы для решения задач оптимизации конструкции по жесткости.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: стержневая башня, ветровая нагрузка, аналитическое решение, прогиб, Maple, формула Максвелла – Мора, асимптота

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФ 22-21-00473.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Кирсанов М.Н. Деформации пространственной модели трехгранной стержневой башни с двойной решеткой // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18. Вып. 7. С. 1032–1038. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.7.1032-1038

Автор, ответственный за переписку: Михаил Николаевич Кирсанов, C216@ya.ru.

Deformations of a three-dimensional model of a trihedral double lattice rod tower

Mikhail N. Kirsanov

National Research University “Moscow Power Engineering Institute” (MPEI); Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The calculation of deformations of spatial structures, as a rule, is carried out numerically on the basis of the finite element method. With the development of computer mathematical systems for regular systems an opportunity to obtain analytical solutions appeared. Such solutions can be used as test ones to evaluate numerical solutions and for preliminary calculation of a structure at design stage. The task has been set to derive deformation dependences of a spatial truss under various loads from its size and number of panels.

Materials and methods. The truss of the tower structure is statically determined. The calculation of force values in the bars is performed by cutting out nodes in a Maple symbolic mathematics system. The Maxwell – Mohr formula is used to determine the displacement of a node at the top of the frame, considering only the longitudinal deformations of the rods. From the generalization of a series of analytical solutions for trusses with consecutively increasing number of panels onto an arbitrary number of panels the sought formula is derived by the induction method.

Results. An algorithm of derivation of formulas for the deflections of a building along two mutually perpendicular horizontal axes under the action of lateral uniformly distributed nodal loads is presented. Effort distribution patterns are obtained for the truss rods and analytical stress dependences of some rods on the number of panels are found. Linear asymptotics of the solutions for the number of panels and the points of extremum are found and computed.

Conclusions. The considered model of the spatial statically determined tower truss allows deriving exact formulas for deformations under the action of various loads within the limits of the adopted model. It is possible to use derived formulas for a preliminary estimation of designed structure and to apply as test ones for numerical calculations. The extremum points and analytical expressions for asymptotes allow the derived formulas to be used for solving stiffness optimization problems of a structure.

KEYWORDS: core tower, wind load, analytical solution, deflection, Maple, Maxwell – Mohr formula, asymptote

Acknowledgements. This work was financially supported by the Russian Science Foundation 22-21-00473.

FOR CITATION: Kirsanov M.N. Deformations of a three-dimensional model of a trihedral double lattice rod tower. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2023; 18(7):1032-1038. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.7.1032-1038 (rus.).

Corresponding author: Mikhail N. Kirsanov, C216@ya.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Расчет стержневых конструкций в инженерной практике, как правило, производится численно в специализированных пакетах, основанных на методе конечных элементов [1–3]. Аналитическое направление исследования и расчета строительных конструкций появилось с развитием систем компьютерной математики. Наиболее распространены такие системы, как Maple [4, 5], Mathematica [6], Maxima [7]. В некоторых случаях аналитические решения получаются в рядах [8, 9], но чаще всего конечные формулы для прогибов или собственных частот колебаний рассчитываются для регулярных систем [10]. Известны решения задачи зависимости прогиба ферм плоских арок и рам [11–16] и пространственных конструкций [17, 18], полученные в системе Maple. Проблемой существования и расчета регулярных статически определимых ферм впервые занялись R.G. Hutchinson и N.A. Fleck [19, 20], назвав поиск таких конструкций «охотой».

В настоящей работе предлагается регулярная статически определимая пространственная ферма сооружения башенного типа (рис. 1). Высота каждой горизонтальной секции (панели) равна h . Каждая панель состоит из шести раскосов длиной $\sqrt{a^2 + h^2}$ и трех стоек высотой h . В основании башни шесть стоек-опор, один сферический шарнир A и один цилиндрический B . Купол башни образуют три стержня длиной $\sqrt{4a^2/3 + h^2}$.

Ставится задача вывести формулу зависимости прогиба вершины C от действия нагрузок на купол или на узлы боковых сторон (рис. 2).

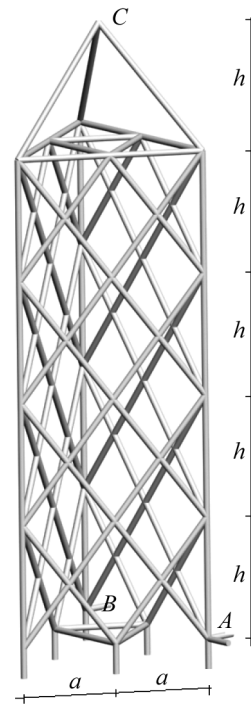


Рис. 1. Схема башни, $n = 4$

Fig. 1. Tower scheme, $n = 4$

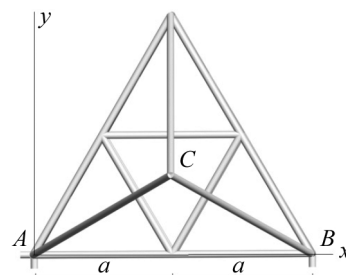


Рис. 2. Размеры фермы и оси координат

Fig. 2. Truss dimensions and coordinate axes

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Расчет усилий в стержнях

Общее число стержней в ферме $n_r = 9n + 21$, не включая девять опорных стержней, принятых условно недеформируемыми. Усилия в стержнях фермы определяются методом вырезания узлов [11]. Для этого составляется система уравнений равновесия всех узлов в проекции на три оси координат. В систему уравнений в качестве неизвестных входят и реакции опор. Матрица системы уравнений состоит из направляющих косинусов усилий, значения которых вычисляются по координатам узлов и порядку соединения стержней в узлах. Стержни и узлы нумеруются (рис. 3). Начало координат размещается в опоре A . Координаты внутренних узлов в программу заносятся в циклах:

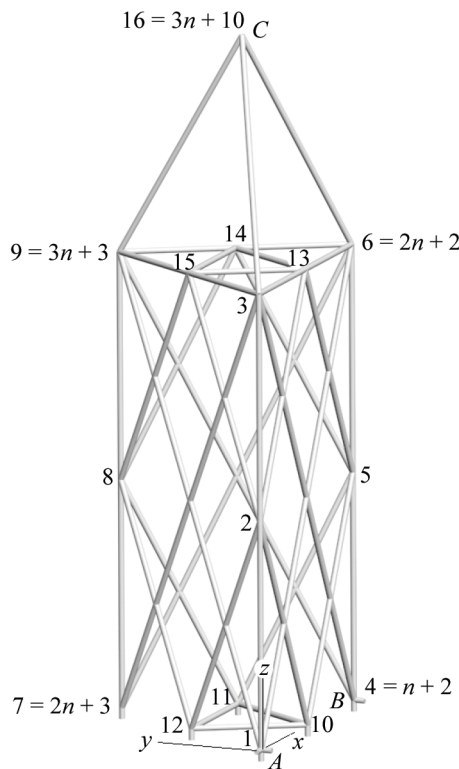


Рис. 3. Нумерация узлов фермы, $n = 2$

Fig. 3. Numbering of truss nodes, $n = 2$

$$\begin{aligned} x_i &= 0, \quad y_i = 0, \quad z_i = h(i-1); \\ x_{i+n+1} &= 2a, \quad y_{i+n+1} = 0, \quad z_{i+n+1} = h(i-1); \\ x_{i+2n+2} &= a, \quad y_{i+2n+2} = a\sqrt{3}, \\ z_{i+2n+2} &= h(i-1), \quad i = 1, \dots, n+1; \\ x_{3n+4} &= a, \quad y_{3n+4} = 0, \quad z_{3n+4} = 0; \\ x_{3n+5} &= 3a/2, \quad y_{3n+5} = a\sqrt{3}/2, \quad z_{3n+5} = 0; \\ x_{3n+6} &= a/2, \quad y_{3n+6} = a\sqrt{3}/2, \quad z_{3n+6} = 0; \\ x_{3n+6+i} &= x_{3n+3+i}, \quad y_{3n+6+i} = y_{3n+3+i}, \\ z_{3n+6+i} &= nh, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Координата вершины, перемещения которой разыскиваются:

$$\begin{aligned} x_{3n+10} &= a, \quad y_{3n+10} = a\sqrt{3}/3, \\ z_{3n+10} &= h(n+1). \end{aligned}$$

Каждому стержню фермы ставится в соответствие список номеров его концов. Фактически это придает стержню векторную запись, однако выбор ориентации стержня на решение не влияет. Начало и конец стержня могут быть произвольными. Номера концов стержней имеют форму ориентированных списков: $\Phi_i, i = 1, \dots, n_r$. Стержни, например трех боковых стоек башни, кодируются в цикл:

$$\begin{aligned} \Phi_{i+n(j-1)} &= [i + (n+1)(j-1), i + (n+1)(j-1) + 1], \\ j &= 1, \dots, 3, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Матрица системы уравнений равновесия узлов состоит из направляющих косинусов усилий:

$$g_{v,i} = \frac{v_{\Phi_{i,1}} - v_{\Phi_{i,2}}}{l_i}, \quad i = 1, \dots, n_r.$$

Здесь первый индекс v означает номер оси проекции $v = x, y, z$, второй индекс — номер стержня.

Длина стержня: $l_i = \sqrt{\sum_{v=x,y,z} (v_{\Phi_{i,1}} - v_{\Phi_{i,2}})^2}$. Матрица системы уравнений равновесия узлов состоит из следующих элементов:

$$\begin{aligned} G_{3\Phi_{i,1}-2+j,i} &= g_{j,i}; \quad G_{3\Phi_{i,2}-2+j,i} = -g_{j,i}; \\ j &= 1, 2, 3, \quad i = 1, \dots, n_r. \end{aligned}$$

Принято обозначение: j — номер осей x, y, z соответственно.

Система уравнений равновесия узлов имеет матричный вид: $\mathbf{GS} = \mathbf{T}$, где \mathbf{S} — вектор, содержащий неизвестные усилия и реакции опор. Вектор нагрузок \mathbf{T} имеет длину n_r . Нагрузки, приложенные к узлу i в проекции на ось x , записываются в элементы T_{3i-2} , на ось y — в элементы T_{3i-1} . Вертикальные внешние силы содержатся в элементах T_{3i} , $i = 1, \dots, K$. Для решения матричного уравнения в символьной форме в системе компьютерной математики Maple используется метод обратной матрицы: $\mathbf{S} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{T}$. По сравнению со специальными операторами пакета LinearAlgebra этот метод более производительный.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Усилия в стержнях

В случае действия на конструкцию равномерной боковой узловой нагрузки, направленной по оси y (рис. 4), вектор правой части \mathbf{T} имеет следующие ненулевые компоненты:

$$\begin{aligned} T_{3i-1} &= P, \quad i = 2, \dots, n+1, \quad i = n+3, \dots, 2n+2; \\ & \quad i = 3n+7, \quad 3n+10. \end{aligned}$$

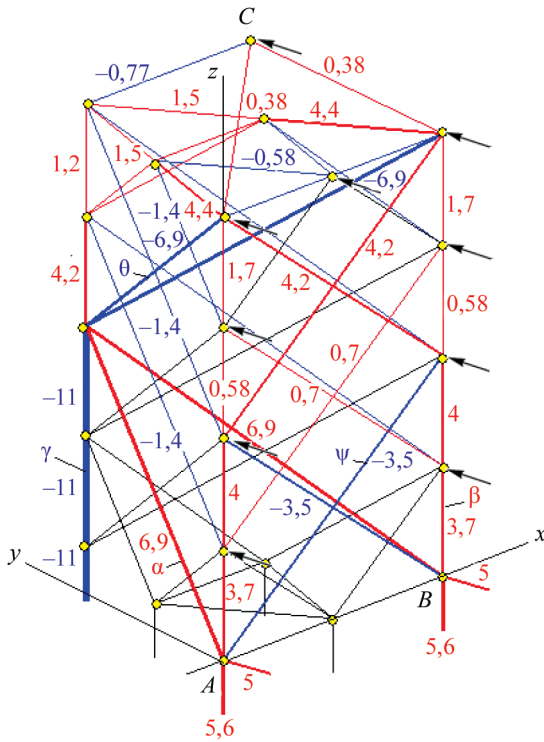


Рис. 4. Усилия в стержнях от действия распределенной нагрузки по оси y , $n = 4$

Fig. 4. Forces in rods from the action of a distributed load along the y axis, $n = 4$

На рис. 4 сжатые стержни выделены синим цветом, растянутые — красным, ненапряженные стержни опор в основании башни черные. Толщина линий условно пропорциональна модулям соответствующих сил. Значения усилий отнесены к величине нагрузки P и округлены до двух цифр. Расчет усилий в аналитической форме ряда ферм показал, что при нечетном числе панелей фермы определитель матрицы \mathbf{G} обращается в ноль. Это свидетельствует о кинематическом вырождении конструкции. Отсюда с целью аналитических расчетов для этой схемы фермы принимается только четное число панелей: $n = 2k$, $k = 1, 2, \dots$

Усилия в некоторых наиболее нагруженных (сжатых или растянутых) стержнях при боковой нагрузке по оси y можно найти аналитически для произвольного числа панелей. Вычисляя последовательно усилия для различного числа панелей, получаем, например, для усилия в стойке γ нижней панели с наветренной стороны следующую последовательность:

$$S_{\gamma,1} = -3Ph\sqrt{3}/a, S_{\gamma,2} = -29Ph\sqrt{3}/(3a),$$

$$S_{\gamma,3} = -53Ph\sqrt{3}/(3a), S_{\gamma,4} = -89Ph\sqrt{3}/(3a), \dots$$

С помощью оператора `rgf_findrecur` получаем рекуррентное уравнение, которому удовлетворяют

члены этой последовательности: $S_{\gamma,k} = 2S_{\gamma,k-1} - 2S_{\gamma,k-3} + S_{\gamma,k-4}$. Решение уравнения дает оператор `rsolve`:

$$S_{\gamma} = -Ph\sqrt{3} \frac{4k^2 + 6k + (-1)^k}{3a}.$$

Аналогично выводятся зависимости от числа панелей и для других усилий:

$$S_{\alpha} = 2P\sqrt{3}c \frac{2k+1}{3a}, S_{\beta} = Ph\sqrt{3} \frac{4k^2 + 2k - 1}{6a},$$

$$S_{\psi} = -P\sqrt{3}c \frac{2k+1}{3a},$$

$$S_{\theta} = -P\sqrt{3}c \frac{2k(1 + 2(-1)^k) + 5 + 3(-1)^k}{6a}.$$

Деформации от ветровой нагрузки

Сооружения башенного типа, имея большую парусность, могут приобретать заметные перемещения от боковой ветровой нагрузки. Выведем формулу зависимости смещения вершины C по направлению y от действия нагрузки в этом же направлении. По формуле Максвелла – Мора смещение имеет вид:

$$\Delta = \frac{\sum_{\alpha=1}^{n_r} S_{\alpha}^{(P)} S_{\alpha}^{(1)} l_{\alpha}}{EF}. \quad (1)$$

Суммирование ведется по всем деформируемым стержням конструкции. Введены общепринятые обозначения: $S_{\alpha}^{(P)}$ — усилие от действия внешней нагрузки в стержне с номером α ; $S_{\alpha}^{(1)}$ — усилие в этом же стержне от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к вершине C по направлению оси y ; l_{α} — длина стержня; E — модуль упругости материала; F — площадь поперечного сечения стержня. Принято, что все стержни имеют одинаковую площадь сечения и выполнены из одного материала. Последовательный расчет прогиба для ферм с разным числом панелей дает следующие формулы:

$$\Delta_{y,1} = P \frac{114a^3 + 540c^3 + d^3 + 1440h^3}{54EFa^2};$$

$$\Delta_{y,2} = P \frac{408a^3 + 1836c^3 + d^3 + 6624h^3}{54EFa^2};$$

$$\Delta_{y,3} = P \frac{234a^3 + 3672c^3 + d^3 + 22428h^3}{54EFa^2};$$

$$\Delta_{y,4} = P \frac{720a^3 + 6264c^3 + d^3 + 55296h^3}{54EFa^2}, \dots$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$, $d = \sqrt{12a^2 + 9h^2}$. С использованием операторов Maple эти выражения обобщаются на произвольное число панелей:

$$\Delta_y = P \frac{C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 d^3 + C_4 h^3}{EFa^2}. \quad (2)$$

Коэффициенты в выражении (2) получаются как решения рекуррентных уравнений:

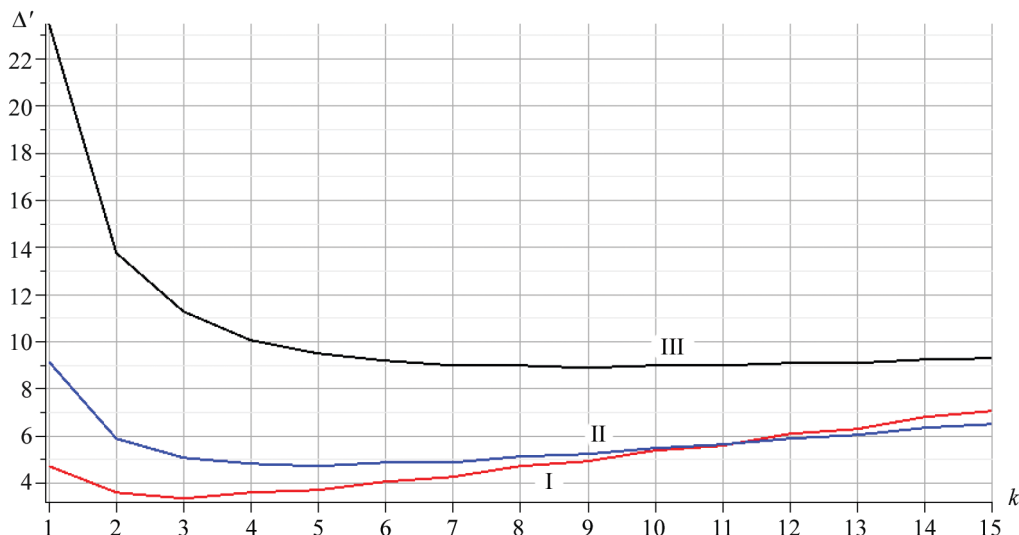


Рис. 5. Зависимость смещения вершины C от числа панелей: I — $H = 8$ м; II — $H = 12$ м; III — $H = 20$ м
 Fig. 5. Dependence of the displacement of the vertex C on the number of panels: I — $H = 8$ m; II — $H = 12$ m; III — $H = 20$ m

$$C_1 = \frac{4(4(-1)^k + 9)k + 7(-1)^k + 25}{18};$$

$$C_2 = \frac{12k^2 + 10k + (-1)^k - 1}{2};$$

$$C_3 = 1/54;$$

$$C_4 = 2 \frac{3k^4 + 8k^3 + 14k^2 + 2(5 - (-1)^k)k - (-1)^k + 1}{3}.$$

Аналогично, при действии ветровой горизонтальной нагрузки по направлению оси x решение задачи о смещении вершины C по оси x имеет вид (2), но с коэффициентами:

$$C_1 = \frac{24(4 - (-1)^k)k - 11(-1)^k + 47}{36};$$

$$C_2 = \frac{264k^2 + 170k + 3(-1)^k - 3}{36};$$

$$C_3 = 1/54;$$

$$C_4 = \frac{36k^4 + 96k^3 + 90k^2 + (18(-1)^k - 1)k + 12(-1)^k - 12}{18}.$$

Введем величину безразмерного прогиба $\Delta' = EF\Delta_y / P_0H$, отнесенного к высоте башни вместе с куполом $H = (n + 1)h$ и суммарной нагрузке $P_0 = 2(n + 1)P$. Построим графики зависимости (2) с коэффициентами (3) от числа панелей (рис. 5).

Кривые выходят на наклонную асимптотику, угол наклона которой рассчитывается методами Maple аналитически: $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta'/k = 3a/(2H)$. Значение

числа панелей, при котором относительный прогиб минимальный, зависит от высоты h . С увеличением общей высоты фермы H экстремум смещается в сторону больших значений k . Начиная с некоторых величин k , порядок кривых меняется. Если в начале графика $k < 10$ большим высотам соответствует больший прогиб, то при $k > 10$ кривые I и II меняются местами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Предложена схема статически определимой осесимметричной пространственной фермы башенного типа с двойной решеткой. В рамках принятой модели конструкции удалось получить расчетные формулы для величины смещений вершины башни и усилий в наиболее нагруженных стержнях в зависимости от числа панелей. Графики построенных зависимостей выявили наличие асимптоты и экстремума решений. Построена картина распределения усилий по стержням фермы, выявляющая критические элементы.

Рассмотренный алгоритм может быть использован для расчета деформаций и напряженного состояния фермы для произвольных нагрузок. Аналитическую форму решения возможно применить для оптимизации конструкции и выбора варианта геометрии при предварительном расчете проектируемого сооружения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Малахова А., Мухин М. Проектирование железобетонных конструкций с использованием программного комплекса ЛИРА : учебное пособие. М. : НИУ МГСУ, 2016. 119 с.

2. *Игнатьев В.А., Игнатьев А.В.* Метод конечных элементов в форме классического смешанного метода строительной механики (теория, математические модели и алгоритмы). М. : Изд-во АСВ, 2022. 306 с.
3. *Ефреюшин С.В., Ефанов А.Р.* Оценка эффективности применения легких стальных тонкостенных конструкций в башенных сооружениях // *Строительная механика и конструкции*. 2021. № 3 (30). С. 26–48. DOI: 10.36622/VSTU.2021.30.3.003. EDN JMRPET.
4. *Сабиров Р.А., Крушенко Г.Г.* Применение метода конечных элементов для расчета шарнирно-стержневых конструкций в системе Maple // *Наука и техника Казахстана*. 2009. № 1. С. 146–153. EDN YQDCBA.
5. *Тиньков Д.В.* Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 66–73. DOI: 10.5862/MCE.57.6. EDN UHLIHV.
6. *Илькевич М.А., Мусафиров Э.В.* Статический расчет 2D и 3D информационно-строительной модели многоэтажного каркасного здания // *Вестник Хакасского государственного университета им. Н.Ф. Катанова*. 2019. № 1 (27). С. 11–17. EDN LKCHGP.
7. *Клековкин Г.* Теория графов. Среда Maxima, 2-е изд. : учебное пособие. М. : Юрайт, 2019. 135 с.
8. *Goloskokov D.P., Matrosov A.V.* A superposition method in the analysis of an isotropic rectangle // *Applied Mathematical Sciences*. 2016. Vol. 10. Pp. 2647–2660. DOI: 10.12988/ams.2016.67211
9. *Goloskokov D.P., Matrosov A.V.* Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // 2015 International Conference “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov (SCP). 2015. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342169
10. *Галишиникова В.В., Игнатьев В.А.* Регулярные стержневые системы: теория и методы расчета. Волгоград : ВолгГАСУ, 2006. EDN QNMMHT.
11. *Бука-Вайваде К., Кирсанов М.Н., Сердюк Д.О.* Calculation of deformations of a cantilever frame planar truss model with an arbitrary number of panels // *Вестник МГСУ*. 2020. Т. 15. № 4. С. 510–517. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
12. *Dai Qiao.* Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // *Alfa-Build*. 2021. No. 2 (17). P. 1701. DOI: 10.34910/ALF.17.1. EDN LNUDRR.
13. *Комерзан Е.В., Свириденко О.В.* Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2021. № 2 (29). С. 29–37. EDN LJWUOW.
14. *Ovsyannikova V.M.* Dependence of deformations of a trapezous truss beam on the number of panels // *Structural Mechanics and Structures*. 2020. № 3 (26). Pp. 13–20. EDN DZCGWV.
15. *Овсянникова В.М.* Зависимость прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы от числа панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2020. № 4 (27). С. 16–25. EDN EJKATV.
16. *Суд И.Б.* Вывод формул для прогиба шпренгельной балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // *Строительная механика и конструкции*. 2020. № 2 (25). С. 25–32. EDN VIQBNE.
17. *Kirsanov M.N.* Deformations and spatial structure vibrations frequency of the rectangular contour type cover: analytical solutions // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2021. No. 5 (98). P. 9805. DOI: 10.4123/CUBS.98.5. EDN SEMXJL.
18. *Sviridenko O., Komerzan E.* The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022. No. 3 (101). P. 10101. DOI: 10.4123/CUBS.101.1. EDN CKQDPU.
19. *Hutchinson R.G., Fleck N.A.* Microarchitectured cellular solids — the hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM*. 2005. Vol. 85. Issue 9. Pp. 607–617. DOI: 10.1002/zamm.200410208
20. *Hutchinson R.G., Fleck N.A.* The structural performance of the periodic truss // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. Vol. 54. Issue 4. Pp. 756–782. DOI: 10.1016/j.jmps.2005.10.008

Поступила в редакцию 28 ноября 2022 г.

Принята в доработанном виде 14 марта 2023 г.

Одобрена для публикации 6 июня 2023 г.

ОБ АВТОРЕ: **Михаил Николаевич Кирсанов** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин; **Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт» (НИУ «МЭИ»);** 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14; SPIN-код: 8679-6853, Scopus: 16412815600, ResearcherID: H-9967-2013, ORCID: 0000-0002-8588-3871, Google Scholar: FfoNGFwAAAAJ, IstinaresearcherID: 2939132; C216@ya.ru.

REFERENCES

1. Malakhova A., Mukhin M. *Design of reinforced concrete structures using the LIRA software package : tutorial*. Moscow, NRU MGSU, 2016; 119. (rus.).
2. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. *Finite element method in the form of a classical mixed method of structural mechanics (theory, mathematical models and algorithms)*. Moscow, ASV Publishing House, 2022; 306. (rus.).
3. Efrushin S.V., Efanov A.R. Estimation of the efficiency of application of light steel thin-walled structures in tower structures. *Structural Mechanics and Structures*. 2021; 3(30):26-48. DOI: 10.36622/VSTU.2021.30.3.003. EDN JMPPET. (rus.).
4. Sabirov R.A., Krushenko G.G. Application of the finite element method for the calculation of hinged-rod structures in the Maple system. *Science and Technology of Kazakhstan*. 2009; 1:146-153. EDN YQDCBA. (rus.).
5. Tinkov D.V. Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection. *Magazine of Civil Engineering*. 2015; 5(57):66-73. DOI: 10.5862/MCE.57.6. EDN UHLIHV. (rus.).
6. Ilkevich M.A., Musafirov E.V. Onstatic calculation of 2D and 3D information construction model of a multistory frame building. *Bulletin of the Khakass State University named after N.F. Katanov*. 2019; 1(27):11-17. EDN LKCHGP. (rus.).
7. Klekovkin G. *Graph Theory. Maxima Environment 2nd ed. : textbook*. Moscow, Yurayt Publ., 2019; 135. (rus.).
8. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. A superposition method in the analysis of an isotropic rectangle. *Applied Mathematical Sciences*. 2016; 10:2647-2660. DOI: 10.12988/ams.2016.67211
9. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. *2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP)*. 2015. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342169
10. Galishnikova V.V., Ignatiev V.A. *Regular rod systems: theory and methods of calculation*. Volgograd, VolgGASU, 2006. EDN QNMMHT. (rus.).
11. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuk D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2020; 15(4):510-517. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.4.510-517 (rus.).
12. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels. *Alfa-Build*. 2021; 2(17):1701. DOI: 10.34910/ALF.17.1. EDN LNUDRR.
13. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a plane external statically undetermined truss with an arbitrary number of panels. *Structural Mechanics and Structures*. 2021; 2(29): 29-37. EDN LJWUOW. (rus.).
14. Ovsyannikova V.M. Dependence of deformations of a trapezous truss beam on the number of panels. *Structural Mechanics and Structures*. 2020; 3(26): 13-20. EDN DZCGWV. (rus.).
15. Ovsyannikova V.M. Dependence of the deflection of a planar external statically undeterminable truss on the number of panels. *Structural Mechanics and Structures*. 2020; 4(27):16-25. EDN EJKATV. (rus.).
16. Sud I.B. Derivation of formulas for deflection of the girder truss with an arbitrary number of panels in the maple system. *Structural Mechanics and Structures*. 2020; 2(25):25-32. EDN VIOBNE. (rus.).
17. Kirsanov M.N. Deformations and Spatial Structure Vibrations Frequency of the Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2021; 5(98):9805. DOI: 10.4123/CUBS.98.5. EDN SEMXJL.
18. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022; 101. Article No 10101. DOI: 10.4123/CUBS.101.1. EDN CKQDPU.
19. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids — the hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM*. 2005; 85(9):607-617. DOI: 10.1002/zamm.200410208
20. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006; 54(4):756-782. DOI: 10.1016/j.jmps.2005.10.008

Received November 28, 2022.

Adopted in revised form on March 14, 2023.

Approved for publication on June 6, 2023.

B I O N O T E S: **Mikhail N. Kirsanov** — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines; **National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (MPEI)**; 14 Krasnokazarmennaya st., Moscow, 111250, Russian Federation; SPIN-code: 8679-6853, Scopus: 16412815600, ResearcherID: H-9967-2013, ORCID: 0000-0002-8588-3871, Google Scholar: FfoNGFwAAAAJ, IстинаResearcherID: 2939132; C216@ya.ru.