

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.017

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.017.pdf>

Поступила (Received): 29.09.2016

Воропай Р.А.
О деформации пространственной консольной фермы
под действием боковой нагрузки (на английском языке)

Voropai R.A.
On the deformation of spatial cantilever trusses
under the action of lateral loads

Получено точное выражения для смещения пространственной консольной фермы с треугольной решеткой под действием сосредоточенной на конце консоли горизонтальной силы. Усилия в стержнях найдены методом вырезания узлов, смещение – по формуле Максвелла-Мора. Использован метод индукции и система компьютерной математики Maple
Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

We have obtained exact expressions for the spatial displacement of the cantilever truss with a triangular lattice under the action of concentrated at the end of console horizontal force. The forces in the rods was found using cut nodes method, and the offset – according to the formula of Maxwell-Mohr. The induction method and system of computer mathematics Maple are used
Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Воропай Руслан Александрович
 Студент
 Национальный исследовательский университет «МЭИ»
 г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Voropai Ruslan Alexandrovich
 Student
 National research university "MPEI"
 Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Курсанов Михаил Николаевич
 Доктор физико-математических наук, профессор
 Национальный исследовательский университет «МЭИ»
 г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Kirsanov Mikhail Nikolaevich
 Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
 National research university "MPEI"
 Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

The investigated design consists of three identical structure of panels, each of which is a flat truss with a cross lattice (Fig. 1). The system is statically determinate.

Indeed, in the truss with n panels contains $m=9(n+1)$ rods and $3(n+3)$ joints. The task is to determining formulas for the dependence on the number of panels deformation of a truss under a horizontal force applied to the extreme joint on the upper belt. To obtain an analytical result we use the program written in the language of the computer algebra system Maple [1]. The program introduces the coordinates of the joints:

```
> for i to n+1 do
> x[i,1]:=a*(i-1): x[i,2]:=0: x[i,3]:=0:
> x[i+n+1,1]:=x[i,1]: x[i+n+1,2]:=b: x[i+n+1,3]:=h:
```

```
> x[i+2*n+2,1]:=x[i,1]:x[i+2*n+2,2]:=2*b:
> x[i+2*n+2,3]:=0:
> od:
```

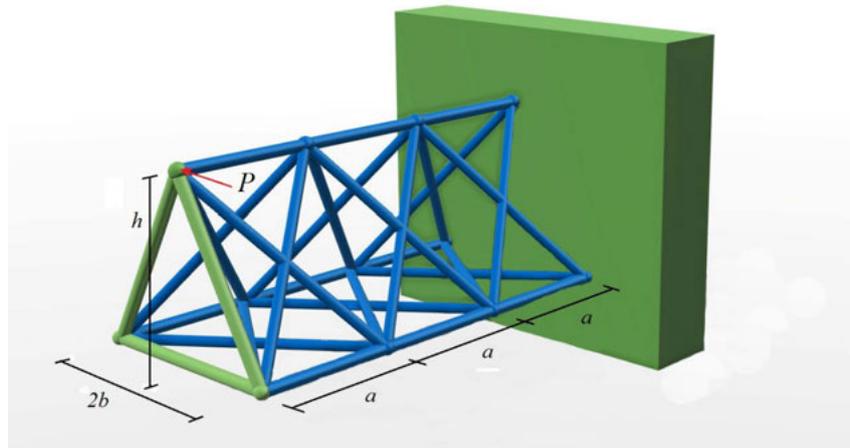


Fig. 1. n=3

Here $x[i,1]$ is the longitudinal coordinate of x , $x[i,2]$ cross y , $x[i,3]$ – the vertical coordinate z . The deflection determined by the formula of Maxwell – Mohr [2]

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{m-6} S_i^2 l_i / (EF),$$

where the following designations are used: S_i – the forces in the rods of the truss under the action of external loads, l_i – the length of rods, m is the number of rods along with six support rods. A rigid support rod in amount are not included. The fragment program determines the deflection has the form:

```
> DELT:=simplify(add(S[i]^2*L[i],i=1..m-6));
```

For determining the sequence of the coefficients of the terms a^3 occurring in the solutions the special operator $C1[n]:=coeff(DELTA,a^3)$ is used. Similarly, the other sequences of coefficients are found. General members of sequences was searched using operators $rgf_findrecur$ and $rsolve$ [1, 3]. The result of induction [4-6] on eight trusses by generalizing the sequence of coefficients in the solutions was obtained by the following formula: $\Delta = P(a^3 A_n + b^3 B_n + c^3 C_n + d^3 D_n + f^3 F_n) / (8h^2)$, where $A_n = -4n^3 - 6n$, $B_n = 8((-1)^n - 1)$, $C_n = -8n$, $D_n = -2n$, $F_n = 4((-1)^n - 1)$, $c = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$, $d = \sqrt{a^2 + 4b^2}$, $f = \sqrt{h^2 + b^2}$. Graphics solutions are obtained depending on the height of the truss find the extreme point (Fig. 2).

Especially interesting graphical representation of the dependence of lateral deformation on the number of panels (Fig. 3). Curves have points of self-intersections, indicating the possibility of rational choice of the height h of the truss and number of panels. Similar solutions for spatially and flat trusses obtained in [7-15]. The related work on inductive inference decisions are contained in [16,17].

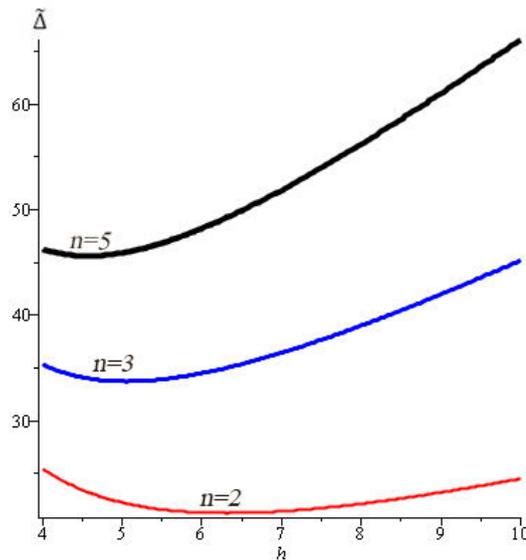


Fig. 2

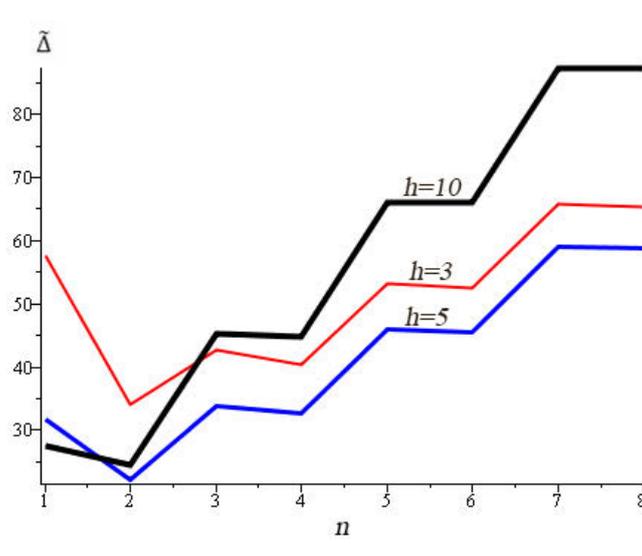


Fig. 3

Список используемых источников:

1. Kirsanov M.N. Maple and Maple. Solving mechanics problems. Saint-Petersburg: Lan, 2012. 512 p.
2. Srivastava A.K., Gope P.C. Strength of Material. Prentice-Hall of India, New Delhi, 2007.
- Fox W. P. Mathematical Modelling with Maple. Brooks Cole, 2011.
3. Voropai R. A., Kazmiruk I. Yu. Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss. Bulletin of Scientific Conferences. 2016. No. 2-1(6). Pp. 10-12.
4. Kirsanov M. N. Inductive analysis of the effect of error mounting on the stiffness and strength of a plane truss// Magazine of Civil Engineering 5 (2012) pp. 38--42.
5. Kirsanov M.N. The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels// Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 1. Pp. 33-41.
6. Kirsanov M. N. Analysis of the deflection of a strut-type lattice girder truss// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.5(57). pp. 58-65.
7. Kirsanov M.N. Mathematical model of the truss with hardening elements// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.4(56). Pp. 38-44.
8. Kirsanov M.N. Discrete model of the pile foundation// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.3(55). Pp. 3-9.
9. Kirsanov M.N. Deflection analysis of rectangular spatial coverage truss// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.1(53). Pp. 32-38.

10. Kirsanov M. N. *Bending, torsion and the asymptotic analysis of the spatial core console*// Magazine of Civil Engineering. 2014. No. 5. Pp. 37-43.
11. Kirsanov M.N., Andreyevskaya T.M. *Analysis of the effect of elastic deformation of the mast on the positioning of antenna and radar equipment*// Magazine of Civil Engineering. 2013. No.5(40). Pp. 52-58.
12. Kirsanov M.N. *Static calculation and analysis of spatial rod system*. Magazine of Civil Engineering. 2011. No. 6. Pp. 28-34.
13. Kirsanov M. N. *Stress State and Deformation of a Rectangular Spatial Rod Cover*// Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 3 (31). Pp. 71-79.
14. Kirsanov M. N. *Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder*// Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). Pp. 84-105.
15. Kiyko L.K. *Analytical evaluation of deflection of arched trusses under the action of wind loads* // Science bulletin. 2016. № 1 (7). Pp. 247-254.
16. Tinkov D. V. *Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection*// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.5(57). Pp. 66-73.

© 2016, Воропай Р.А.

О деформации пространственной консольной фермы под действием боковой нагрузки (на английском языке)

© 2016, Voropai R.A.

On the deformation of spatial cantilever trusses under the action of lateral loads

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.021

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.021.pdf>

Поступила (Received): 01.09.2016

Ершов Л.А.
Расчет прогиба балочной фермы, загруженной
по верхнему поясу и половине верхнего
пояса в аналитической форме

Ershov L.A.
Calculation of the deflection of a girder loaded on the upper
belt and the upper half of the belt in an analytical form

Выведены точные формулы для прогиба фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Задача определения усилий решена методом вырезания узлов по программе в системе Maple. Обобщение частных решений на общий случай получено методом индукции

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Derived exact formulas for the deflection of the truss depending on its size, load and number of panels. The problem of determining the forces in the rods are solved using cut nodes with the program in the system Maple. The synthesis of particular solutions to the general case is obtained by induction

Key words: truss, trough, formula of Maxwell-Mohr, Maple

Ершов Леонид Александрович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Ershov Leonid Alexandrovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

В работах [1-4] получен ряд точных аналитических решений для ферм, нагруженных либо сосредоточенной нагрузкой, либо нагрузкой по всей длине фермы. Использован метод индукции для обобщения решений на произвольное число панелей. Метод зарекомендовал себя как для вантовых [5], плоских [6-10], так и для пространственных ферм [11-17]. В [18-20] содержатся обзоры работ по этой теме для плоских ферм. Рассмотрим простую балочную ферму с двумя типами нагрузок. Усилия в стержнях в аналитической форме определяем по программе [21], написанной на языке системы компьютерной математики Maple.

Прогиб определяем по формуле Максвелла – Мора $\Delta = P \sum_{i=1}^{m-3} \frac{S_i s_i l_i}{EF}$, где EF – жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от действия нагрузки, s_i – усилия от действия единичной нагрузки в середине пролета, l_i – длины стержней. В ферме с n панелями число стержней, включая опорные, равно $m=8n+4$. Суммирование производится только по деформируемым стержням (опоры предполагаются жесткими).

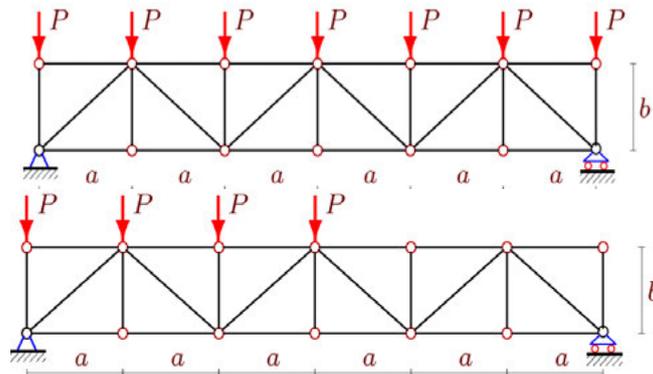


Рис. 1. Нагрузки на ферму. Случай 1 и 2. $n=3$

Из анализа серии решений для ферм с различным числом панелей были получены последовательности коэффициентов, для которых методами Maple найдены общие члены – коэффициенты искомой формулы. Получено следующее выражение для двух видов нагрузки:

$$EF\Delta_n = P \frac{A_n a^3 + C_n c^3}{2b^2},$$

где в случае загрузки по всей длине суммарная нагрузка равна $P_s = P(2n + 1)$, а в случае загрузки половины пролета – $P_s = P(n + 1)$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. Коэффициенты $A_n = n^2(1 + 5n^2) / 6$, $C_n = n^2$ при нагрузке по всему пролету и $A_n = n(n + 1)(5n^2 - n + 2) / 12$, $C_n = n(n + 1) / 2$ для половинной нагрузки получены с помощью операторов Maple `rgf_findrecur` и `rsolve` [21]. Сравнительная зависимость прогиба, отнесенного к EF / P_s , от числа панелей при $L=an=100$ м дана на рисунке 2.

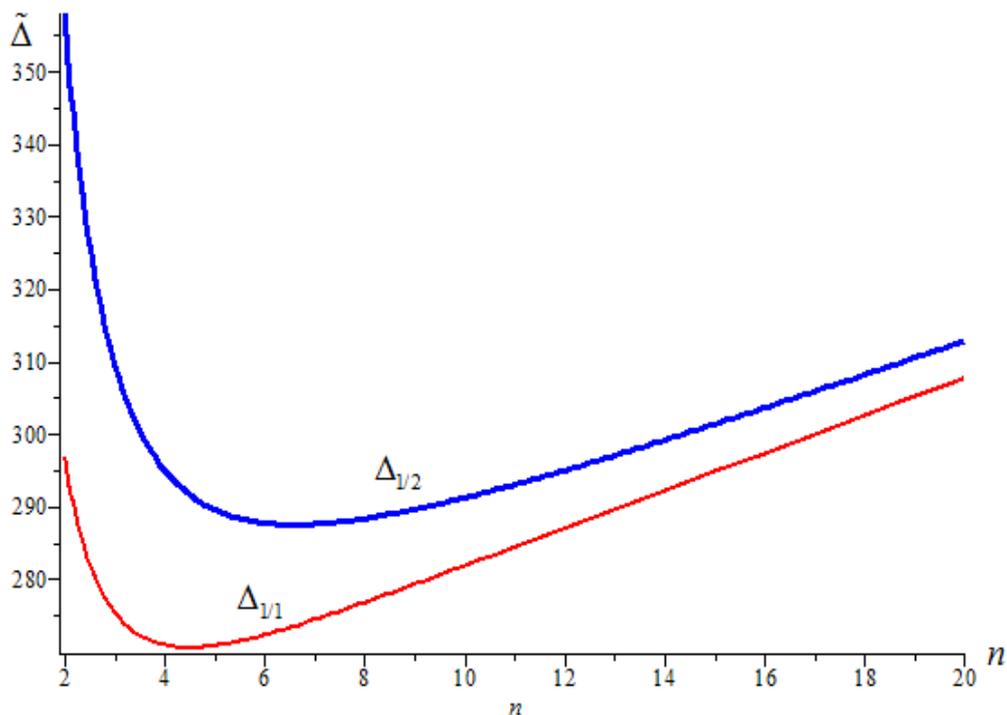


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей, $L=100$ м, $b=10$ м

В обеих зависимостях явно видны экстремумы – оптимальное число панелей при заданных L и b . В случае загрузки половины пролета ($\Delta_{1/2}$) относительный прогиб больше, абсолютное же значение приблизительно в два раза меньше.

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
2. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19-24.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 3 (260). С. 7-12.
4. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84-105.
5. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
6. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
7. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
8. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 2-1 (6). С. 6-7.
9. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2010. № 2. С. 60-63.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
11. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28-34.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
13. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
14. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2012. № 1. С. 49-53.
15. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. № 3. С. 48-51.
16. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
17. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: *Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции*. 2014. С. 239-242.
18. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21-28.
19. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66-73.
20. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
21. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.

© 2016, Ершов Л.А.

Расчет прогиба балочной фермы, загруженной по верхнему поясу и половине верхнего пояса в аналитической форме

© 2016, Ershov L.A.

Calculation of the deflection of a girder loaded on the upper belt and the upper half of the belt in an analytical form

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.024

http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.024.pdf

Поступила (Received): 11.09.2016

Жуков А.А. Аналитический расчет прогиба шпренгельной фермы в системе Maple

Zhukov A.A. Analytical calculation of the deflection of the truss in the Maple system

Статически определимая плоская ферма со сложной решеткой имеет четыре внешних опоры и загружена сосредоточенной силой. С помощью метода индукции найдена зависимость прогиба от числа панелей и размеров конструкции. Получено асимптотическое свойство решения

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Statically determinate plane truss with a complex lattice has four external supports and loaded with a concentrated force. Using the method of induction the dependence of the deflection of the number of panels and size of the structure is obtained. The asymptotic property of the solution is found

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Жуков Андрей Александрович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Zhukov Andrew Aleksandrovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Особенность фермы на рисунке 1 – четыре внешних опоры, в то время как обычные балочные фермы имеют только три опоры. Это создает некоторые трудности для расчета. Уже при определении реакций опор необходимо составлять уравнения равновесия всех стержней фермы. Однако, несмотря на это, методом индукции, разработанным в [1–10] для плоских и в [11–16] для пространственных ферм, в данной конструкции удастся найти аналитическую зависимость прогиба фермы от числа панелей.

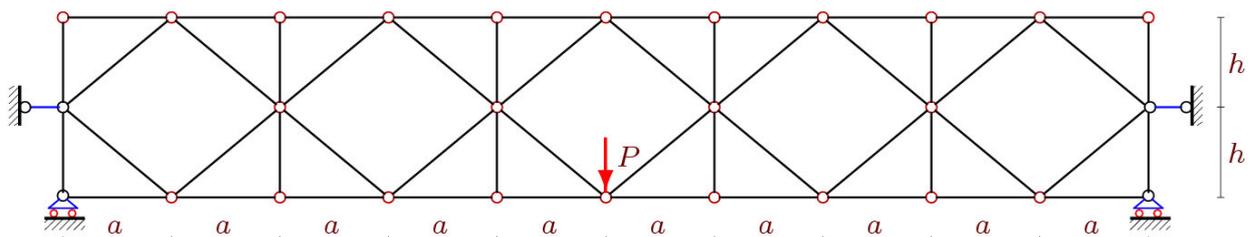


Рис. 1. Ферма при $k=5$

Усилия в стержнях находим в системе компьютерной математики Maple (*Waterloo Maple Inc*), пользуясь программой [17]. Прогиб определяем по формуле Максвелла – Мора [18,19]:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{m-4} S_i^2 l_i / (EF),$$

где S_i – усилия в стержнях фермы от действия единичной внешней нагрузки, l_i – длины стержней, EF – их жесткость, $m=10n+6$ – число всех стержней конструкции, включая четыре опорные. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что формула для прогиба имеет всякий раз один и тот же вид

$$EF\Delta_k = \frac{A_k a^3 + C_k c^3 + h^3}{2h^2},$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ – длины раскосов. Для получения решения для произвольного числа панелей, что составляет суть проблемы, необходимо вывести формулы общих членов последовательностей коэффициентов. Методом индукции с привлечением команд и операторов Maple **rgf_findrecur** и **rsolve** были выведены две следующие формулы: $C_k = 2k - 1$, $A_k = 4k^3 / 3 - 2k^2 + (-1)^k + 8k / 3 - 1$.

Графики найденной закономерности для относительного прогиба $\Delta = \Delta EF / P$ (высота h в метрах) показывают рост прогиба с увеличением числа панелей, что вполне очевидно, так как с ростом k увеличивается и пролет фермы. Кубический же характер этого роста выявляет предел $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta / k^3 = 2a^3 / (3h^2)$. Обзор решений, полученных методом индукции дан в [10–22].

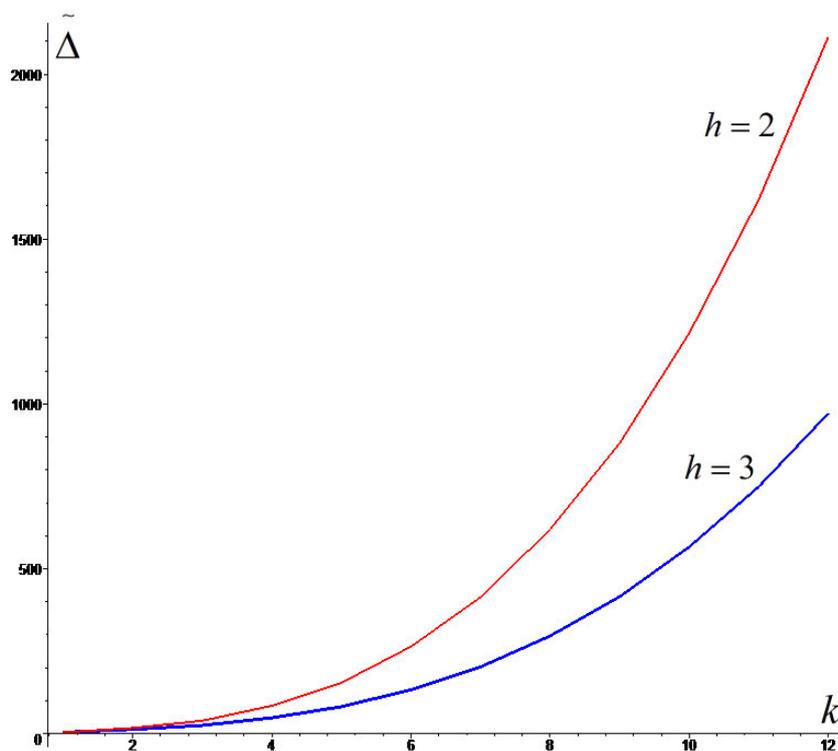


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
6. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
7. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
8. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
9. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
10. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5(31). С. 38–42.
11. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28–34.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
14. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
15. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
16. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.
17. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
18. Потапов В. Д., Александров А. В., Косицын С. Б., Долотказин Д. Б. Строительная механика. Кн. 1. Статика упругих систем М.: Высшая школа, 2007. 511 с.
19. Белоконь М.А. Строительная механика. М.: Проспект, 2015. 166 с.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21–28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
22. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247–254.

© 2016, Жуков А.А.

Аналитический расчет прогиба шпренгельной фермы в системе Maple

© 2016, Zhukov A.A.

Analytical calculation of the deflection of the truss in the Maple system

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.027

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.027.pdf>

Поступила (Received): 17.09.2016

Компанеец К.А. Формула для прогиба фермы, равномерно загруженной по узлам нижнего и верхнего пояса

Kompaneets K.A. The formula for deflection of a truss uniform loaded on the nodes of the lower and upper belt

Приведен алгоритм вывода точного выражения для прогиба статически определенной фермы с четырьмя внешними связями. В решении применен метод индукции и специальные операторы системы компьютерной математики Maple. Построены графики решения для различных высот фермы

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Компанеец К.А.

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The algorithm of exact solution of the deflection of statically defined truss with four external connections is proposed. The method of induction and special operators in the computer algebra system Maple are used. Graphs of solution for different heights of truss are obtained

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Kompaneets K.A.

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Особенность исследуемой фермы – четыре внешние связи (две неподвижные опоры, рис. 1), в то время как обычные балочные фермы имеют три связи – неподвижную опору с двумя реакциями связей и подвижную с одной реакцией.

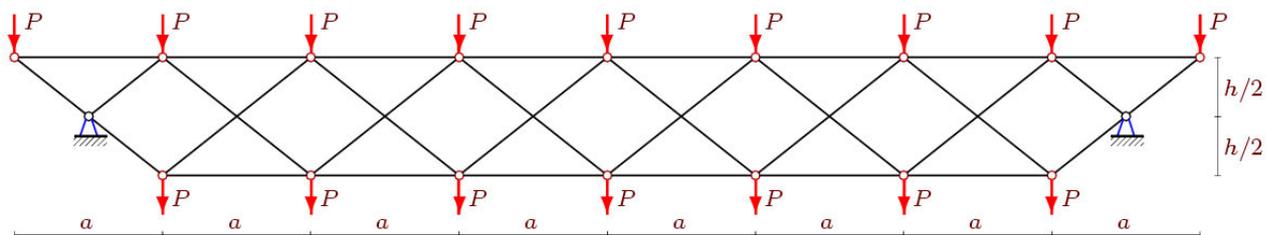


Рис. 1. Ферма при $k=4$

Если вертикальные компоненты реакций связей рассматриваемой фермы найти просто, и они равны половине суммарной внешней нагрузки, то горизонтальные компоненты можно найти только из решения системы уравнений равновесия всех узлов (шарниров) фермы. Будем считать число панелей в такой

ферме по стержням верхнего пояса и рассматривать фермы с четным числом панелей в пролете. На рисунке 1 принято $k=4$ – число панелей в половине пролета. Число стержней в ферме равно $m=8k+4$, а число шарниров $4k+2$, следовательно, система уравнений равновесия узлов замкнута. Поставим задачу определения аналитического выражения для вертикального прогиба фермы при произвольном числе панелей. Воспользуемся формулой Максвелла – Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i N_i l_i / (EF),$$

где S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной силы, приложенной в середине пролета, l_i – длины стержней. Усилия найдем по программе [1], записанной в кодах системы компьютерной математики Maple. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что прогиб имеет всякий раз один и тот же вид

$$EF\Delta = P(A_k a^3 + C_k c^3) / (4h^2),$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ – длины раскосов. Для получения общего решения остается только вывести формулы общих членов последовательностей коэффициентов. Методом индукции [2-11] с привлечением команд и операторов Maple были выведены две следующие формулы:

$$A_k = -1 + 2(-1)^{k-1} k + (-1)^k + k(2 + 8k - 20k^2 + 10k^3) / 3, C_k = 2k(k - 1) + 1.$$

Графики найденной закономерности прогиба (отнесенного к P/EF ; высота h в метрах) показывают монотонный рост прогиба при увеличении числа панелей. Заметим, что этот результат достаточно очевиден, так как с ростом k увеличивается и пролет фермы и суммарная нагрузка. Решения в символьной форме, полученные методом индукции, для плоских статически определимых решетчатых ферм представлены в [2-6], плоских – в [7-11], вантовой системы – в [12], пространственных – в [13-18]. Более сложный вывод линий влияния методом индукции по двум параметрам приведен в [19].

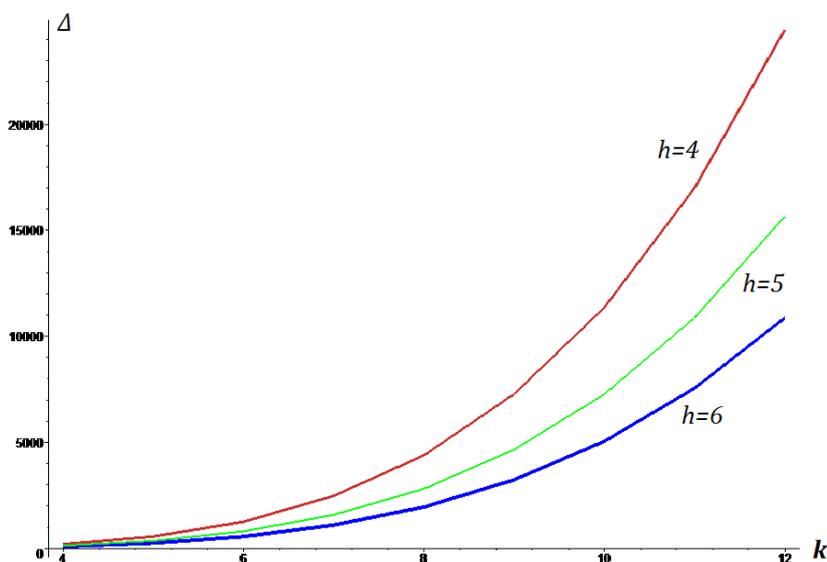


Рис. 2. Рост прогиба в зависимости от высоты h и числа панелей при $a=3м$

Обзоры некоторых работ с применением метода индукции даны в [20-22].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М. Н. *Maple и MapleT. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2013. Т. 1. № 3. С. 89–93.
13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28–34.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
16. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
18. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // *Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014*. 2014. С. 239–242.
19. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1–4 (5). С. 6–7.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21–28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66–73.
22. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247–254.

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.038

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.038.pdf>

Поступила (Received): 27.09.2016

Мищенко А.В.
Аналитическое выражение для прогиба
балочной фермы с треугольной решёткой

Mishchenko A.V.
An analytical expression for the deflection
of a girder with a triangular lattice

Методами компьютерной математики Maple получено точное выражение для прогиба статически определимой фермы в зависимости от числа панелей. Ферма с параллельными поясами имеет две опоры и нагружена по верхнему поясу равномерной нагрузкой

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

By the methods of computer mathematics Maple obtained an exact expression for the deflection of statically determinate truss, depending on the number of panels. Truss has the parallel belts and two supports, loaded at the upper belt by the uniform load

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Мищенко Артем Валерьевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Mishchenko Artem Valerievich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Аналитическое решение для ферменных конструкций имеет не только теоретическое, но и практическое значение, как простой способ оценки работоспособности системы. Рассмотрим ферму с параллельными поясами под действием равномерно распределенной нагрузки (рис. 1). Для получения формулы прогиба по формуле Максвелла-Мора

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF), \tag{1}$$

найдем усилия в стержнях фермы по программе [1], записанной для системы компьютерной математики Maple. В (1) использованы следующие обозначения: S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной силы, приложенной к середине пролета, l_i – длины стержней, m – число стержней вместе с тремя опорными стержнями. Три жесткие опорные стержня в сумму не входят. В случае, когда ферма

содержит n панелей в половине пролета (считаются по верхнему поясу), число стержней $m=8n+2$, а число узлов (шарниров) $4n+1$. Соотношение числа шарниров и числа стержней 1:2 соответствует необходимому условию статической определимости конструкции.

Разыскивая решения в символьной форме, обобщим результаты, полученные для ферм с различным числом панелей, методом индукции на произвольное число n . Расчеты в аналитической форме для плоских статически определенных решетчатых ферм выполнены в работах [2–6], плоских – в [7–11], пространственных – в [12–17]. Обзоры результатов по этой теме приведены в [18–20]. Фрагмент Maple-программы, реализующей метод вырезания узлов (заполнение матрицы направляющих косинусов метода вырезания узлов), применительно к поставленной задаче имеет вид:

```

> G:=Matrix(m,m):
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[Nend[i]]-x[Nbeg[i]]:
> Lxy[2]:=y[Nend[i]]-y[Nbeg[i]]:
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2):
> for j to 2 do
> jj:=2*Nend[i]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi:
> jj:=2*Nbeg[i]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi:
> od:
> od:
    
```

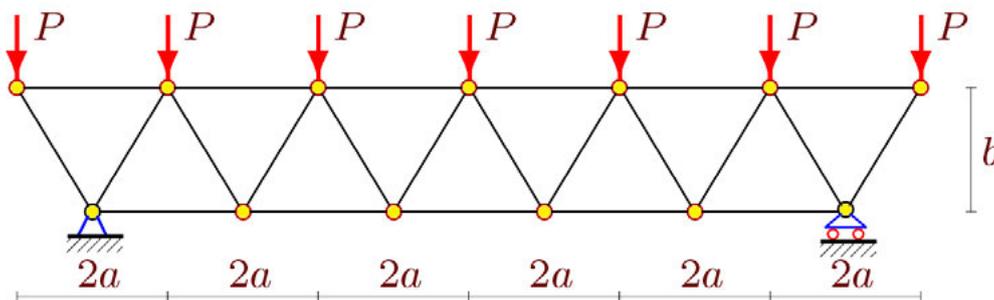


Рис. 1. Ферма при $n=3$

В результате имеем следующую формулу:

$$EF\Delta = P \frac{A_n a^3 + B_n c^3}{2b^2},$$

где $A_n = \frac{16}{3}n^3 - 8n^2 + \frac{14}{3}n - 1$, $B_n = 2n - 1$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Соответствующие

кривые относительного прогиба (при $P=1$), построенные для $L=10$ м, $a=L/n$ приведены на рис. 2 (высота b дана в метрах).

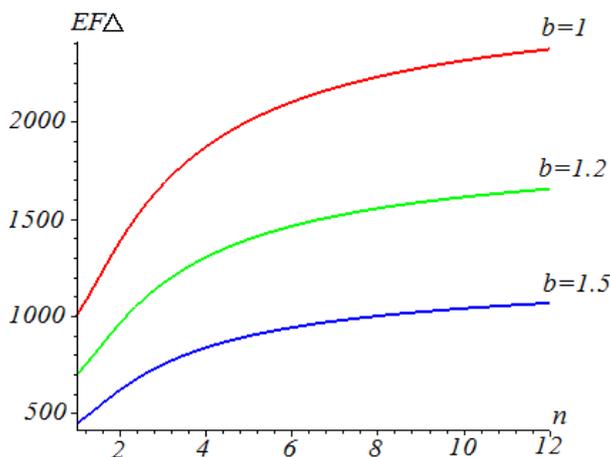


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей, $L=10\text{м}$

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Решения задач по теоретической механике. М.: ИНФРА-М, 2015. 216 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
5. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
13. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28–34.
14. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
16. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
17. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.

18. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
19. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
20. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2016, Мищенко А.В.

Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы с треугольной решёткой

© 2016, Mishchenko A.V.

An analytical expression for the deflection of a girder with a triangular lattice

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.042

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.042.pdf>

Поступила (Received): 08.09.2016

Пережилова Е.Д.**Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей****Perezhilova E.D.****Exact solution to the displacement of the movable truss support with an arbitrary number of panels**

Усилия в стержнях фермы получены методом вырезания узлов из решения системы уравнений равновесия, составленных для всей фермы.

Смещение определяется по формуле Максвелла-Мора. Все преобразования выполнены в системе Maple с применением метода индукции по числу панелей

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Пережилова Екатерина Дмитриевна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The forces in the rods of the truss obtained by cutting nodes from the solution of a system of equilibrium equations written for the whole truss. The offset is determined by the formula of Maxwell-Mohr. All conversions are performed in the system Maple using the method of induction on the number of panels

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Perezhilova Ekaterina Dmitriyevna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Под действием вертикальной нагрузки подвижная опора балочной фермы смещается. Это смещение может быть значительным и влиять на эксплуатационные характеристики конструкции. Выведем аналитическую зависимость смещения опоры фермы на рисунке 1 в зависимости от числа условных панелей, определяемых числом k . Ферма состоит из $n=2k-1$ ячеек периодичности, взаимно пересекающихся по трем стержням верхнего пояса и состоящих из пяти горизонтальных стержней и пяти раскосов. Всего в ферме $8n+4$ стержня, включая три опорные и $4n+1$ узел (шарнир). Система статически определима. Усилие в стержнях найдем методом вырезания узлов в символьном виде, пользуясь программой [1]. Для обобщения результата на произвольное число панелей применим метод индукции, ранее использованный в аналогичных задачах для решетчатых ферм [2–6], плоских [7–11], вантовой системы [12] и пространственных фермах разной конфигурации [13–18].

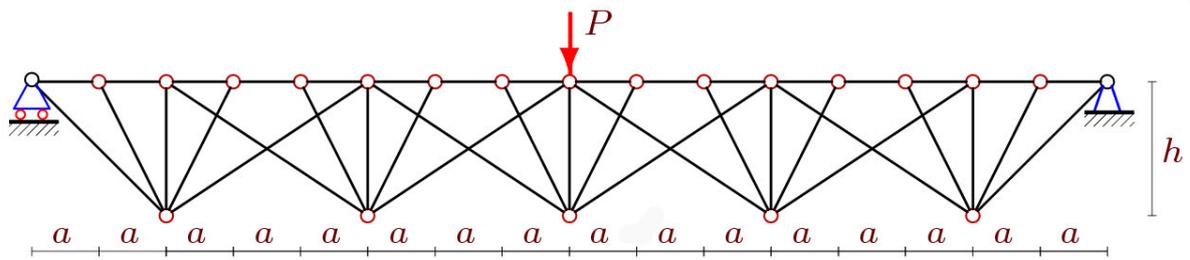


Рис. 1. Схема фермы при $k=3$

В программу необходимо ввести данные о координатах узлов. Приведем соответствующий фрагмент программы (начало координат в подвижной опоре).

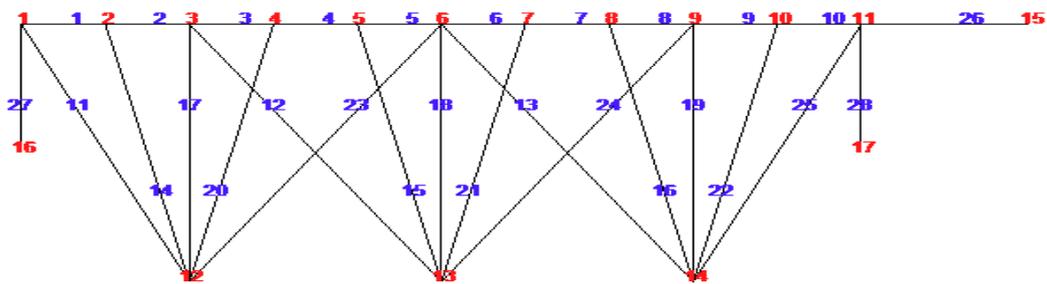


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы при $k=2$

```
> for i to 3*n+2 do x[i]:=a*i-a: y[i]:=0: od:
> for i to n do
> x[i+3*n+2]:=3*a*i-a: y[i+3*n+2]:=-h:
> od:
```

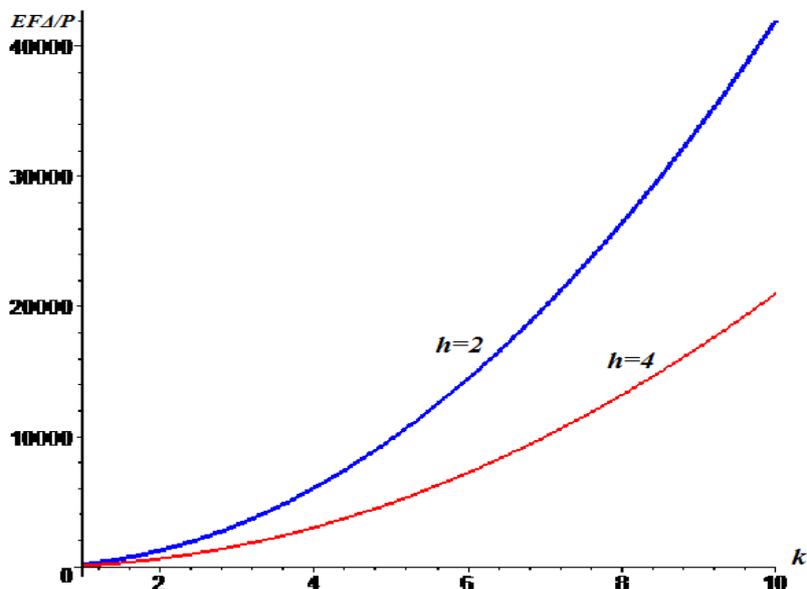


Рис. 3. Зависимость смещения от числа панелей при $a=10$ м

Прогиб определяем по формуле Максвелла – Мора

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF),$$

где S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки P , N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной опоре, l_i – длины стержней, EF – жесткость стержней. Индукция по 8 фермам с последовательно увеличивающимся числом k дает следующий результат: $EF\Delta = P(3k-1)^2 a^2 / h$. На рисунке 3 приведены соответствующие кривые. Как и следовало ожидать, рост смещения для малых высот больше.

В [19–21] даны обзоры аналитических исследований ферм с применением метода индукции и системы Maple.

Список используемых источников:

1. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89–93.
13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28–34.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
16. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
18. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.

19. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
20. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
21. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2016, Пережилова Е.Д.

Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей

© 2016, Perezhilova E.D.

Exact solution to the displacement of the movable truss support with an arbitrary number of panels

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.046

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.046.pdf>

Поступила (Received): 27.09.2016

Савиных А.С.
Формула для расчета смещения подвижной опоры
плоской статически определимой фермы

Savinykh A.S.
The formula to calculate the displacement of the movable
support of flat statically determinate truss

Приведен аналитический расчет деформации балочной фермы под действием сосредоточенной силы в середине пролета. С помощью системы компьютерной математики Maple получено решение для произвольного числа панелей. Использован оператор rsolve для решения рекуррентных уравнений

Ключевые слова: ферма, рекуррентное уравнение, Maple, формула

The analytical calculation of the deformation of the girder beam under the action of a concentrated force at Midspan is presented. Using the computer algebra system Maple, found the solution for arbitrary number of panels. The operator rsolve for solving recurrence equations is used

Key words: truss, the recurrence equation, Maple, formula

Савиных Алена Сергеевна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Savinykh Alena Sergeevna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Рассмотрим ферму балочного типа (рис. 1). Для расчета смещения опоры (а эта величина имеет значение для определения эксплуатационных характеристик сооружения) по формуле Максвелла – Мора

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF), \tag{1}$$

усилия в стержнях фермы найдем по программе [1], записанной на языке системы компьютерной математики Maple. В (1) введены обозначения: S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной опоре, l_i – длины стержней, m – число стержней вместе с тремя опорными. В случае, когда ферма содержит $6k-2$ стержней по длине верхнего пояса, число стержней $m=16k-4$, а число узлов (шарниров) $8k-2$. Это соотношение числа шарниров

и числа стержней обеспечивает необходимое условие статической определимости конструкции.

Решения будем искать в символьной форме, обобщая результат методом индукции на произвольное число стержней. Аналогичные расчеты для плоских статически определимых решетчатых ферм содержатся в [2–6], плоских – в [7–11], вантовой системы – в [12], пространственных – в [13–18]. Вывод уравнений линий влияния приведен в [19].

Приведем фрагмент Maple-программы, задающей координаты шарниров (начало координат в левой опоре) исследуемой фермы:

```
> n:=2*k-1;
> m3:=4*n+5;
> for i to 3*n+2 do # Верхний пояс
> x[i]:=a*i-a: y[i]:=h:
> od:
> for i to n do
> x[i+3*n+2]:=3*a*i-a:
> y[i+3*n+2]:=0:
> od:
```

Опорные узлы (моделируются стержнями):

```
> x[m3-2]:=0: y[m3-2]:=0: #Опора левая подвижная
> x[m3-1]:= x[3*n+2]: y[m3-1]:=0: #Опора правая 1
> x[m3]:= x[3*n+2]+1: y[m3]:=h: #Опора правая 2
```

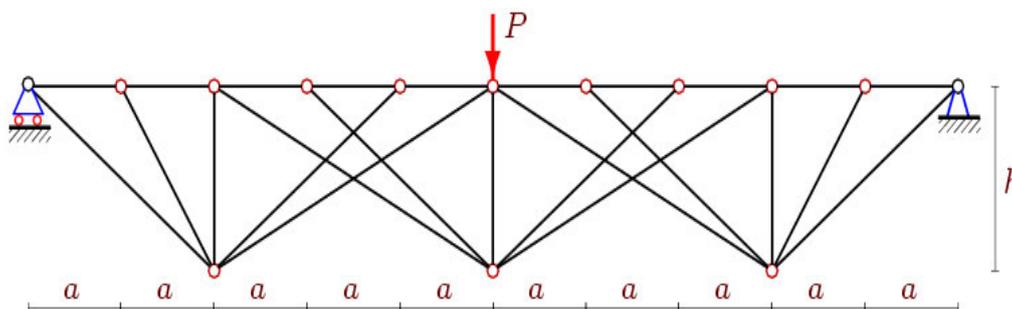


Рис. 1. Ферма при k=2

В результате индукции по 12 фермам было получено следующее обобщение: $EF\Delta = (3k - 1)^2 Pa^2 / h$. Кривые зависимости смещения $\Delta' = EF\Delta / P$ от числа k , определяющего число панелей, при $L=15$ м, $a=L/k$ даны на рис. 2.

Обзор аналитических исследований ферм с применением метода индукции можно найти в [20–22].

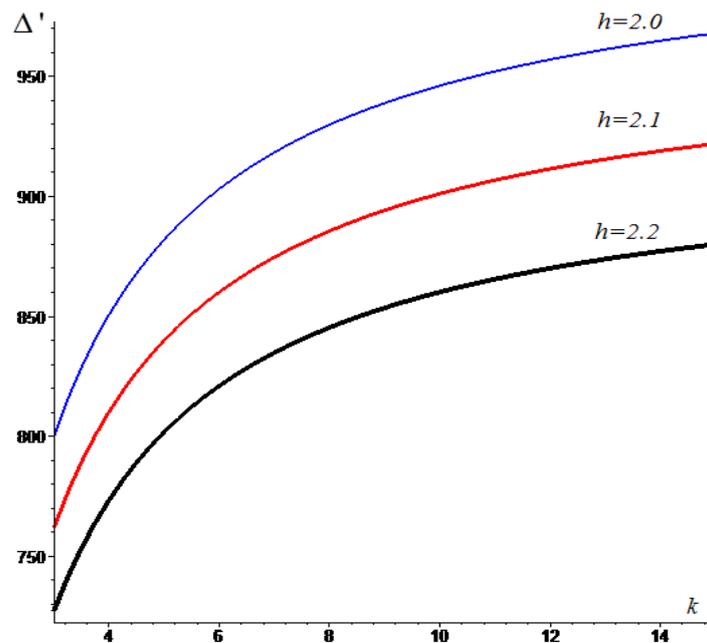


Рис. 2. Смещение опоры

Список используемых источников:

1. Кирсанов М. Н. *Maple и Maplet. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2013. Т. 1. № 3. С. 89–93.
13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28–34.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
16. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32–38.

17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
18. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.
19. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2–1(6). С. 6–7.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
22. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2016, Савиных А.С.

Формула для расчета смещения подвижной опоры
плоской статически определимой фермы

© 2016, Savinykh A.S.

The formula to calculate the displacement of the
movable support of flat statically determinate truss