

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.234

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.234.pdf>

Поступила (Received): 23.02.2017

**Аль-Шахраби А.М., Кирсанов М.Н.
Анализ собственных частот многозвенного подъемника**

**Al-Sharabi A.M., Kirsanov M.N.
Analysis of natural frequencies for the multi-link lift**

Подъемник состоит из n секций, каждая из которых образована двумя шарнирно соединенными стержнями (ножничный механизм). Верхние точки устройства наделены массами. Вычисляется жесткость конструкции и собственные частоты для произвольного числа секций. Применяется метод индукции и система символьной математики Maple

Ключевые слова: подъемник, колебания, частоты, формула Максвелла-Мора, Maple

Аль-Шахраби Али Мувафак Али

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор
Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The lift is consists of n sections, each of which is formed by two pivotally connected rods (scissor mechanism). The top point the device is endowed with masses. Calculates the stiffness and natural frequencies for an arbitrary number of sections. Used induction method and system of symbol mathematics Maple

Key words: lift, vibrations, frequencies, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Al-Sharabi Ali Muwafaq Ali

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Flat mechanical lift scissor type (parallelogram mechanism) is the General case of n segments, each of them is formed by two hinged rods of length l (Fig. 1, 2). In practical implementation, the lift is designed to lift small loads, has two parts, connected by horizontal bonds. Frequency of fluctuations of the cargo on the platform lift (not shown) are synchronous. Thus, in this setting, the mechanism has one degree of freedom and one's own frequency of oscillations. To determine the stiffness of the system will find the expression for vertical deflection of the structure, measured to the top. We have the equation of Maxwell – Mohr considering Flexural and axial deformations of rods.

Write the equations of equilibrium of rods and assemblies under the action of forces $P=1$. The equation of moments of all forces applied to the terminal k with respect to its middle has the form

$$\sum M_{ok} = R_{k-1} h / 2 - R_k h / 2 + 2Pb / 2 = 0, k=1,2,... n. \quad (1)$$

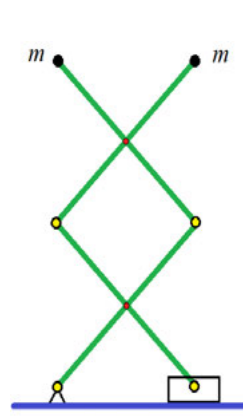


Fig. 1. Lift, n=2

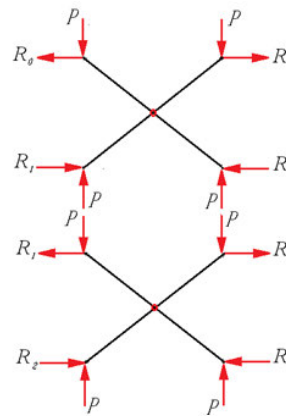


Fig. 2. Splitting, n=2

The equation of equilibrium of the nodes (Fig. 3, 4) in the projection on the coordinate axis:

Node A:

$$\sum F_x = S_{vk} \sin \alpha - N_{vk} \cos \alpha - R_{k-1} = 0, \tag{2}$$

$$\sum F_y = S_{vk} \cos \alpha + N_{vk} \sin \alpha - P = 0, \tag{3}$$

Node B:

$$\sum F_x = -S_{nk} \sin \alpha + N_{nk} \cos \alpha - R_k = 0, \tag{4}$$

$$\sum F_y = -S_{nk} \cos \alpha - N_{nk} \sin \alpha + P = 0,$$

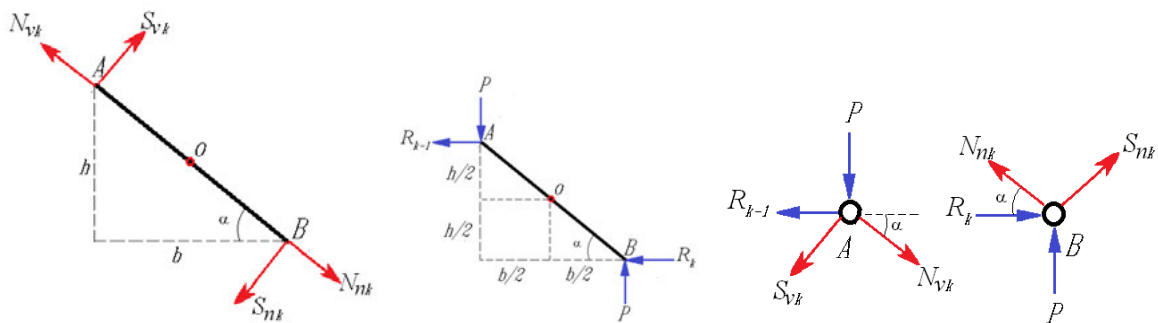


Figure 3 k=1,...n Figure 4 Fig. 5.

The solution of the system (1-5) has the form

$$S_{vk} = S_{nk} = (-1 + 2k)P \cos \alpha, N_{vk} = \frac{p((2k - 2)\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha},$$

$$N_{nk} = \frac{p(2k \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha}, R_k = 2kp \operatorname{ctg} \alpha.$$

The deflection of the structure will present consisting of two parts, deflection due to longitudinal compression rods

$$\Delta(N) = 2 \sum_{k=1}^n \frac{N_{vk}^2 l / 2}{EF} + 2 \sum_{k=1}^n \frac{N_{nk}^2 l / 2}{EF}$$

and due to the bending $\Delta(M) = \sum_{k=1}^n \delta_{mk}$, where using Maxwell – Mohr and Vereshchagin' rule (fig. 6):

$$\delta_{mk} = 4 \int \frac{M^2}{EJ} dl = 4 \frac{l}{2EJ} M_k^* \frac{l}{2} \frac{2}{3} M_k^* = 4 \frac{l}{6EJ} M_k^{*2}, M_k^* = S_{nk} l / 2.$$

By induction [1], it is possible to obtain a generalization of the result to an arbitrary number of partitions n:

$$\Delta(N) = -\frac{6n(1+(8n^2-2)\cos\alpha)Pl^2}{EF(\cos^2\alpha-1)}, \Delta(M) = \frac{n(4n^2-1)l^2 p \cos\alpha}{18EJ}.$$

Thus, the oscillation frequency of the mechanism is determined by the formula $\omega = 1/\sqrt{m\Delta}$, where $\Delta = \Delta(N) + \Delta(M)$ and $P=1$. In figure 8 the dependence of the oscillation frequency of the mechanism depending on the angle of the rods and the number of sections. The selected rectangular section (fig. 7) rods of steel ($t=0.01$ m, $u=0.04$ m): $F = tu = 0.0004$, $J = tu^3 / 12 = 5.333 \cdot 10^{-8}$. Mass $m=5$ kg, modulus of elasticity $E = 2 \cdot 10^5$ МПа (steel).

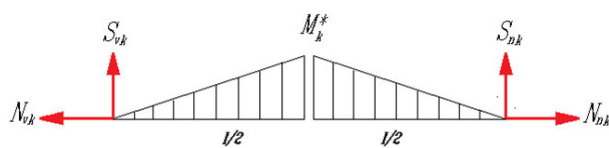


Fig. 6

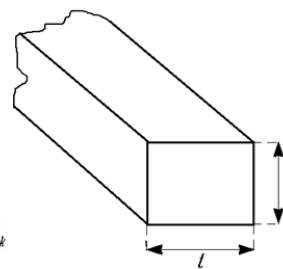


Fig. 7

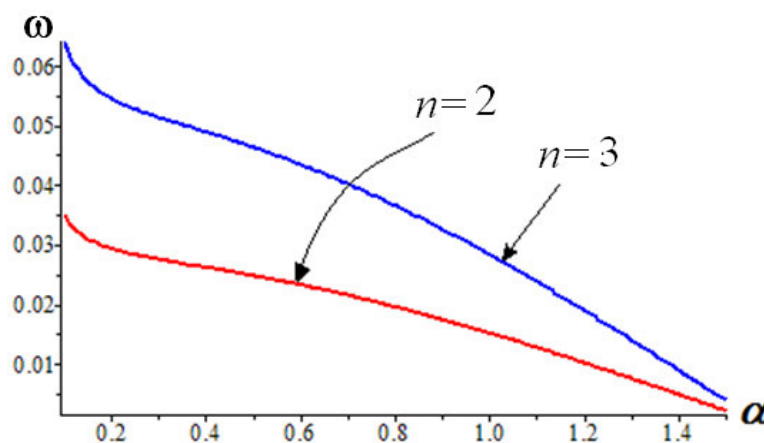


Fig. 8

Analytical study of rigidity and vibrations of the lifts carried out in articles [2, 3]. Statics and dynamics of lifts, parallelogram mechanisms and pantographs are considered in papers [4–9].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н., Кленова И.Г. Индуктивный метод исследования колебаний систем с периодической структурой // Математика, информатика, естествознание в экономике и обществе. М.: МФЮА, 2009. С. 113-114.
2. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 3. С. 48-53.
3. Кирсанов М.Н., Ханьян Ц. Математическая модель и анализ колебаний ножничного механизма с произвольным числом элементов // Человек. Общество. Инклюзия. 2016. № 2-1 (26). С. 175-182.
4. Tian Y., Wei X., Joneja A., Yao Y. Sliding-crawling parallelogram mechanism // Mechanism and Machine Theory. 2014. Vol.78, N. 8. P. 201-228.
5. Guo Y., Yin S., Ren Y., Zhu J., Yang S., Ye S. A multilevel calibration technique for an industrial robot with parallelogram mechanism // Precision Engineering. 2015. Volume 40, No. 4. P. 261-272.
6. Zhao J., Feng Z., Chu F., Ma N. Mechanism Theory and Application of Deployable Structures Based on Scissor-Like Elements // Advanced Theory of Constraint and Motion Analysis for Robot Mechanisms. 2014. P. 349-366.
7. Akgun Y., Gantes C. J., E. Kalochairetis K. E., Kiper G. A novel concept of convertible roofs with high transformability consisting of planar scissor-hinge structures // Engineering Structures. 2010. Vol.9. P. 2873-2883.
8. Hongyu T., Ziyi Z. Design and Simulation Based on Pro/E for a Hydraulic Lift Platform in Scissors Type // Procedia Engineering. 2011. Volume 16, P. 772-781.
9. Калиниченко В.С., Ананин В.Г. Подбор рациональных параметров металлоконструкции подъемника пантографного типа // Современные проблемы машиностроения. Томск, 2013. С. 233-236.

© 2017, Аль-Шахраби А.М., Кирсанов М.Н.
Анализ собственных частот многозвенного
подъемника

© 2017, Al-Sharabi A.M., Kirsanov M.N.
Analysis of natural frequencies for the multi-link lift

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.246

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.246.pdf>

Поступила (Received): 23.02.2017

Белянкин Н.А., Бойко А.Ю. Анализ прогиба плоской статически определимой балочной фермы

Belyankin N.A., Boyko A.Yu. Analysis of the deflection of the flat statically determinate girder

Дается вывод формулы зависимости прогиба симметричной фермы от числа панелей. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Обобщение решения на произвольное число панелей выполняется методом индукции с использованием возможностей системы Maple
Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Given the derivation of the dependence of deflection of symmetrical truss of the number of panels. The forces in the rods are determined by cutting out the nodes in the system of computer mathematics Maple. Generalization of the solution for an arbitrary number of panels is carried out by induction using the capabilities of Maple
Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Белянкин Никита Андреевич

Студент
Национальный исследовательский университет «МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Belyankin Nikita Andreyevich

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Бойко Андрей Юрьевич

Студент
Национальный исследовательский университет «МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Boyko Andrey Yurievich

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Derive the formula for the deflection of the truss (Fig. 1) as a function of the number of panels. Earlier this problem was solved for plane trusses in [1 – 8] and spatial [9 – 14].

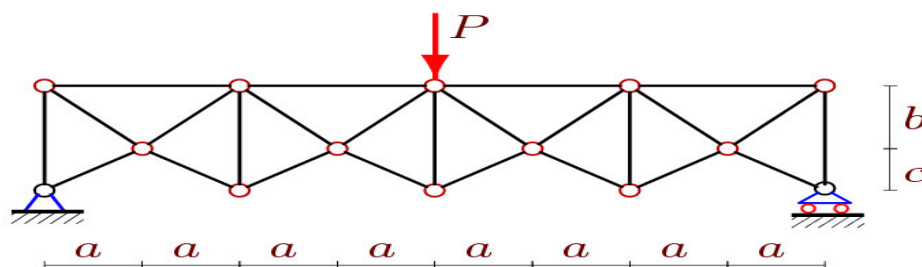


Fig. 1. Truss at n=2

The formula for the deflection of the truss will find in the system Maple, using the method of cutting out nodes to determine the stresses in the bars and the formula of Maxwell – Mohr $\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i S_i l_i / (EF)$ to calculate the offset. Here EF is the stiffness of the rods (same for entire truss), S_i – the forces in the rods from the action of external loads P , $S_i N_i$ – the forces in the rods from the action of a unit vertical force applied at the middle node of the lower belt, l_i – the lengths of the rods. Summation is conducted on the deformable member. In this structure, with n panels in half span, the number of terminals, including the reference, is equal to $m=6n+5$. The summation is done only on the deformable member (rigid support taken). To calculate the stresses in the bars we use the algorithm [15] implemented in Maple system. Data entry into the program begins with inputting the coordinates of the nodes in the truss. The origin is placed at the left support. Here's the code

```
for i to 2*n+1 do x[i]:=2*a*i-2*a: y[i]:=0:
x[i+2*n+1]:=2*a*i-2*a: y[i+2*n+1]:=b+c: od:
for i to 2*n do x[i+4*n+2]:=2*a*i-a: y[i+4*n+2]:=c: od:
```

The structure of the lattice we define special vectors indicating numbers of hinges at the ends of the rods. Stands are introduced by vectors

```
for i to 2*n+1 do N[i+2*n]:= [i,i+1+2*n]; od:
The upper belt and braces have the following view
for i to 2*n do
N[i]:= [i+2*n+1,i+2*n+2]; N[i+4*n+1]:= [i,i+4*n+2];
N[i+6*n+1]:= [i+1,i+4*n+2]; N[i+8*n+1]:= [i+2*n+1,i+4*n+2];
N[i+10*n+1]:= [i+2*n+2,i+4*n+2];
od:
```

In the odd row of the matrix of equilibrium equations of nodes are introduced guiding cosines of the effort on the horizontal axis, in even – vertical. Solution is found in the symbolical form. The results from the two types of loads (main and unit) substitute in the formula of Maxwell – Mohr.

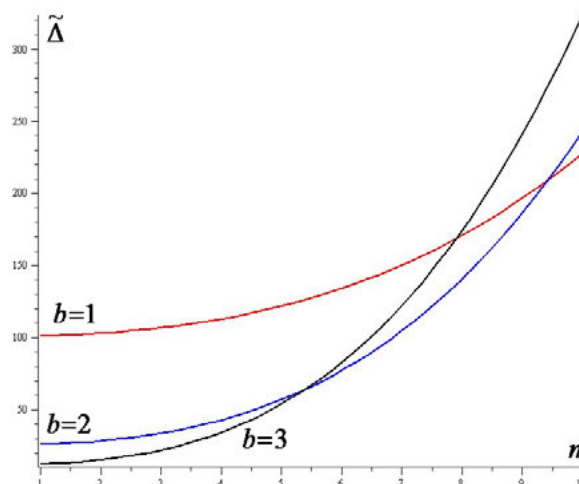


Fig. 2. The deflection, L=20m

Analyzing a series of solutions for trusses with different number of panels will receive a sequence of coefficients, for which the methods of Maple will find the common members, the coefficients of the desired formula. Consider a special case, $b=c$. Obtained the following expression: $EF\Delta_n = P(A_n a^3 + B_n b^3 + F_n f^3)/b^2$, where $a = L/(2n)$, $f^2 = a^2 + b^2$ and coefficient $A_n = n(4n^2 - 1)/3$, $B_n = 1 - 4n(1 + n^2)/3$, $C_n = n(2n^2 + 1)/3$

The dependence of the deflection, referred to $EF/(PL)$, the number of panels at $L=an=20$ m is given in figure 2. It is interesting to note self-intersection curves, which demonstrates the ambiguity of the decision. At different heights farm deflection may be the same as for the number of panels. A more complicated induction on two parameters is applied in [16-18]. In [19-20], the related works on the application of the method of induction in the derivation of the analytical dependencies in the flat trusses. The described algorithm can be used in optimization problems [21].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы // *Строительство и реконструкция*. 2017.1(69). С.19-23.
2. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // *Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова*. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly» // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4. С. 2-5.
4. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // *Вестник МГСУ*. 2016. № 10. С. 35-44.
5. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // *Architecture and Engineering*. 2016. Т. 1. № 3. С. 14-17.
6. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
7. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба решетчатой фермы от числа панелей // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 4 (44). С. 150-157.
8. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.
9. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // *Инженерно-строительный журнал*. 2016. № 4 (64). С. 52-58.
10. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 4. Pp. 52-58. doi: 10.5862/MCE.64.
11. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. № 3. С. 48-51.
12. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2012. № 1. С. 49-53.
14. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // *Вестник МГСУ*. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165-171.
15. Кирсанов М.Н. *Решбник. Теоретическая механика* / Под ред. А.И.Кириллова -М.: Физматлит, 2008. 382 с.
16. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.
17. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
18. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.

19. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.

20. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

21. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем//Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 2. С. 60-63.

© 2017, Белянкин Н.А., Бойко А.Ю.

Анализ прогиба плоской статически определимой балочной фермы

© 2017, Belyankin N.A., Boyko A.Yu.

Analysis of the deflection of the flat statically determinate girder

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.250

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.250.pdf>

Поступила (Received): 17.02.2017

Волков А.Ю.
Формула для горизонтального смещения опоры
фермы под действием равномерной нагрузки
по верхнему поясу

Volkov A.Yu.
The formula for the horizontal displacement of the trusses
support under the action of uniform load on the top belt

С помощью метода индукции получено аналитическое решение для смещения опоры статически определимой плоской шпренгельной балочной фермы. Усилия в стержнях найдены методом вырезания узлов. Для составления и решения рекуррентных уравнений использованы операторы системы Maple

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Using the method of induction, an analytical solution is obtained for the offset of the supports of statically determinate flat truss girder. The forces in the rods was found using cut nodes. For working out and solution of recurrent equations the operators of the computer algebra system Maple are used

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Волков Алексей Юрьевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Volkov Aleksey Yurievich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Расчет фермы чаще всего при сводят к анализу усилий в критических (наиболее сжатых или растянутых) стержнях и к вычислению прогиба. Другой важной характеристикой фермы является зависимость смещения подвижной опоры от нагрузки, размеров и числа панелей. Формулу для горизонтального смещения опоры шпренгельной фермы (рис. 1) найдем в системе Maple, применяя метод вырезания узлов для определения усилий в стержнях и формулу

Максвелла – Мора $\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF)$ для вычисления смещения. Здесь EF – жест-

кость стержней (одинаковая для всей фермы), S_i – усилия в стержнях от действия внешней нагрузки P , N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к опоре, l_i – длины стержней. Суммирование ведется по деформируемым стержням.

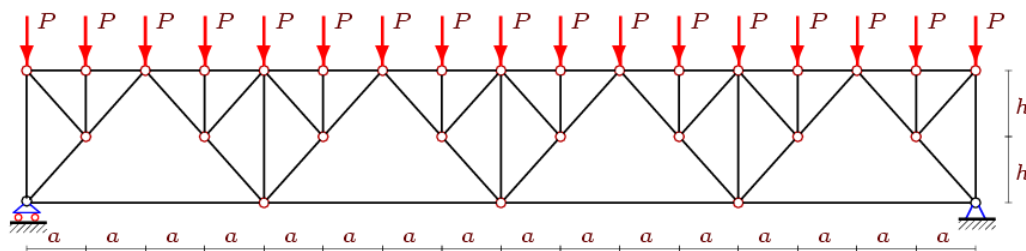


Рис. 1. Ферма при $n=2$

Симметричная ферма содержит n условных панелей в половине пролета, $m=28n+4$ стержней вместе с тремя опорными (два из них моделируют правую неподвижную шарнирную опору, один – левую). В ферме $14n+2$ узлов, для которых можно составить m уравнений равновесия в проекциях на оси координат. Для составления и решения такой системы воспользуемся программой [1], апробированной в ряде решений аналогичных задач о прогибе плоских [2-15] и пространственных [16-17] ферм. Приведем фрагмент программы для ввода координат узлов фермы, необходимых для вычисления направляющих косинусов усилий:

```
> for i to 2*n+1 do x[i]:=4*a*(i-1); y[i]:=0: od:
> for i to 8*n+1 do x[i+2*n+1]:=a*(i-1); y[i+2*n+1]:=2*h: od:
> for i to 4*n do x[i+10*n+2]:=2*a*(i-1)+a; y[i+10*n+2]:=h: od:
```

Схема шпренгельной решетки вводится в программу по аналогии с заданием графа в дискретной математике указанием номеров концов стержней в специальных векторах $N[i]$:

```
> for i to 2*n do N[i]:=[i,i+1]; od:
> for i to 8*n do N[i+2*n]:=[i+2*n+1,i+2*n+2]; od:
> for i to 2*n do N[i+10*n]:=[i,2*i+10*n+1];
N[i+12*n]:=[i+1,2*i+10*n+2]; od:
> for i to 4*n do N[i+14*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n+2];
N[i+18*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n];
N[i+22*n]:=[i+10*n+2,2*i+2*n+1]; od:
> for i to 2*n+1 do N[i+26*n]:=[i,4*i+2*n-2]; od:
```

Система уравнений с матрицей G формируется следующими операторами

```
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]];
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]];
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2);
> for j to 2 do
> jj:=2*N[i][2]-2+j;
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*N[i][1]-2+j;
> if jj<=m then G[jj,i]:=Lxy[j]/L[i]:fi; od; od:
```

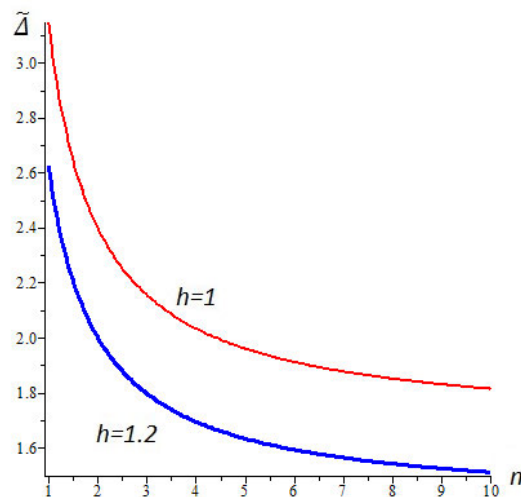


Рис. 2

Решение полученной системы (S_1 –усилия от единичной нагрузки, S_p – усилия от нагрузки P) с помощью обратной матрицы имеет вид $G_1:=1/G$: $S_1:=G_1.B_1$: $S_p:=G_1.B_p$: Индукцией [2-11] по 10 фермам получаем следующее общее решение $EF\Delta = 8nP(8n^2 + 1)a^2 / (3h)$.

График этой зависимости приведен на рисунке 2 при $L=4na=10$ м.

Обзор аналитических решений задач о прогибе плоских ферм дан в работах [18,19].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. *Решебник. Теоретическая механика*. М.: Физматлит, 2008. 382 с.
2. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы* // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
3. Jiang H., Kirsanov M.N. *An analytical expression for the influence line of the truss* // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
4. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»* // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
5. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы* // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
6. Kirsanov M. *An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type* // Architecture and Engineering. 2016. Т. 1. № 3. С. 14-17.
7. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы* // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
8. Кирсанов М.Н. *Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы* // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
9. Кирсанов М.Н. *Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой* // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 4 (64). С. 52-58.
10. Кирсанов М.Н. *Зависимость прогиба решетчатой фермы от числа панелей* // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 4 (44). С. 150-157.
11. Кирсанов М.Н. *Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме* // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.
12. Кирсанов М.Н., Васьков М.И. *О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей при загрузении верхнего пояса* // Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 3.

13. Кирсанов М.Н. Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 4.
14. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба впарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
15. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
16. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.
17. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
18. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
19. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2017, Волков А.Ю.

Формула для горизонтального смещения опоры фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу

© 2017, Volkov A.Yu.

The formula for the horizontal displacement of the trusses support under the action of uniform load on the top belt

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.260

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.260.pdf>

Поступила (Received): 24.02.2017

Ильин И.А., Кирсанов М.Н. Анализ прогиба внешне статически неопределимой фермы

Ilin I.A., Kirsanov M.N.
Analysis of the deflection of externally
statically indeterminate truss

Балочная ферма с двумя вертикальными и двумя боковыми горизонтальными опорами нагружена по нижнему поясу. Усилия в стержнях определяются аналитически методом вырезания узлов. Прогиб находится по формуле Максвелла-Мора. Методом индукции решение обобщается на произвольное число панелей. Найдены реакции опор. Приведена схема возможных скоростей изменяемого варианта фермы для четного числа панелей

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Ильин Иван Анатольевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор
Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Girder with two vertical and two horizontal supports are loaded on the bottom flange. The forces in the rods are determined analytically using cut nodes. The deflection is given by the Maxwell-Mohr integral. By induction the solution is generalized to an arbitrary number of panels. Found the reactions of the supports. The scheme of possible speeds of nodes for even number of panels is presented

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Ilin Ivan Anatolevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

The calculation of the stresses in the bars of the truss usually begins with determining the reactions of the supports. The exception is the case of *externally* statically indeterminate structures [1] when finding the reactions of the supports must determine the forces in all bars of the truss (Fig. 1).

Perform this calculation in an analytical form using the computer algebra system Maple. Enter data into the program [2] starts by defining the coordinates of the nodes (Fig. 2).

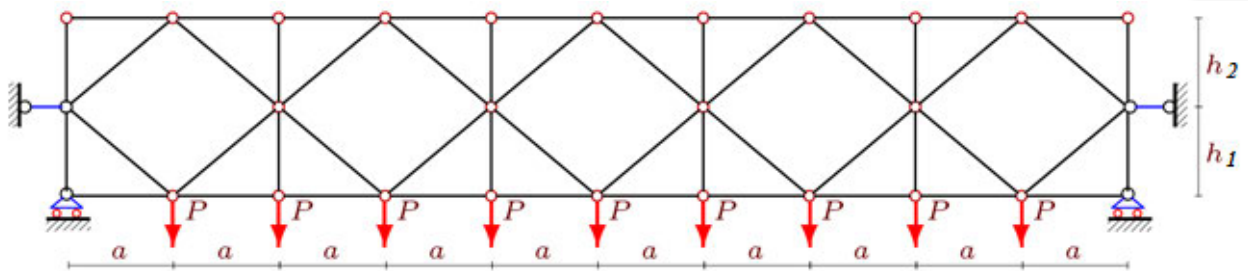


Fig. 1. $k=3, n=5$

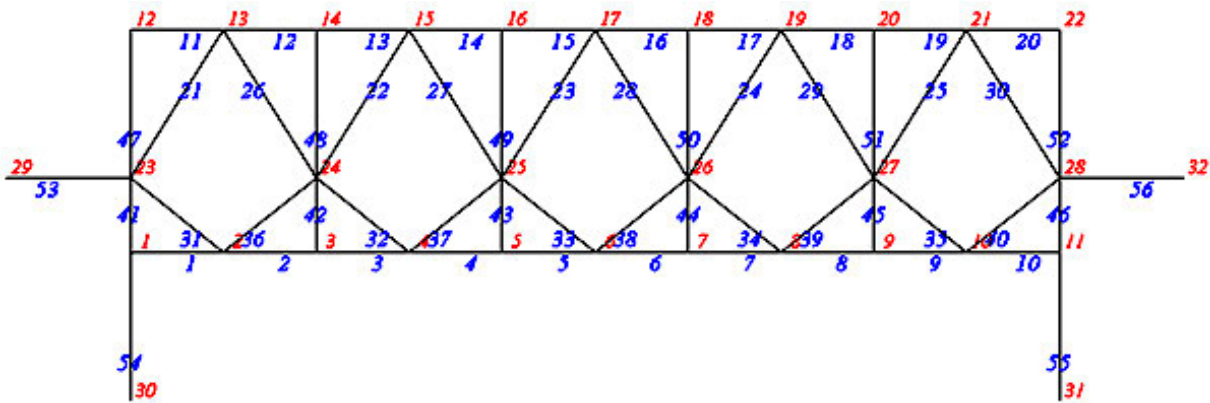


Fig. 2. The numbering of nodes and rods

The coordinates of the nodes and their connections with the rods set in cycles by the number of nodes and rods. Just truss with n panels consist of $10n+6$ rods and $5n+3$ nodes. Obviously, the whole truss is statically defined. However, the kinematic of its immutability from the experience of the calculations depends on the parity of the number of panels. With an even number n is the determinant of the system of equations becomes zero. This confirms the kinematic diagram of possible speeds of nodes (Fig. 3).

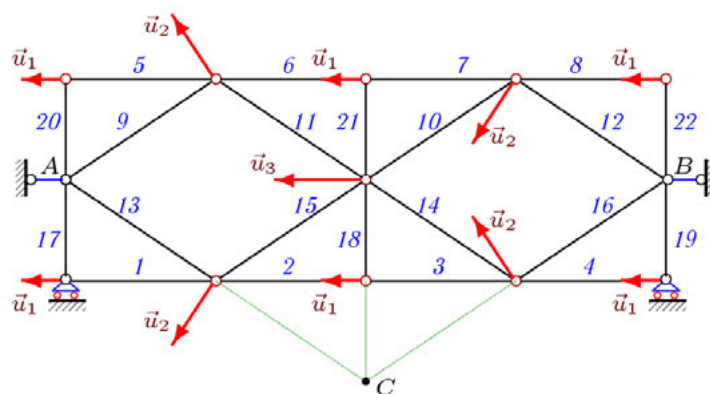


Fig. 3. Scheme of possible speeds ($n=2$)

As a result, we take $n=2k-1, k=1,2,\dots$. The method of induction gives the following result

$$EF\Delta_n = P \frac{A_n a^3 h_2 / h_1 + C_n c^3 + H_n h_1 (h_1 + h_2)^2 + f^3 h_2^2 + M_n a^3 + K_n f^3 h_2 / h_1 + B_n f^3}{2(h_1 + h_2)^2},$$

where the coefficients:

$$A_n = 4k(1 - k) - 2(-1)^k(8k^3 + 10k + 12k^2 + 3) / 3 - 2,$$

$$C_n = (-1)^k(4k - 2) + 4k(k - 1) + 2, H_n = 4k - 3, K_n = -2(-1)^k(2k - 1),$$

$$M_n = 2(-1)^k(8k^3 - 12k^2 + 10k - 3) / 3 + 4k(10k^3 - 20k^2 + 17k - 7) / 3 + 2,$$

$$B_n = 4k(k - 1) + 1, f = \sqrt{a^2 + h_1^2}, c = \sqrt{a^2 + h_2^2}, n = 2k - 1, L = 2an.$$

The result generalize the solution [1] for the case of different heights h_1, h_2 . This allows to choose the optimal size at a constant altitude truss. The figure 4 shows that for smaller h_2 the curve more smooth, and the results $\Delta' = \Delta EF / (PL)$ alternate depending on the parity of k .

Simultaneously with forces in rods was found and the reactions of the supports. The reaction of the vertical supports is obvious $S_{vert} = (2n - 1)P / 2$. The values of the reactions the horizontal lateral supports are independent of the number of panels n and height h_2 : $S_{horiz} = Pa / (2h_1)$.

Earlier, the induction method was used in problems on the deflection of planar [3-12] and spatial [13] trusses. In [14] provides an overview of the analytical solutions obtained using program [2]. In [1] the problem is solved for the case of $h_1 = h_2$.

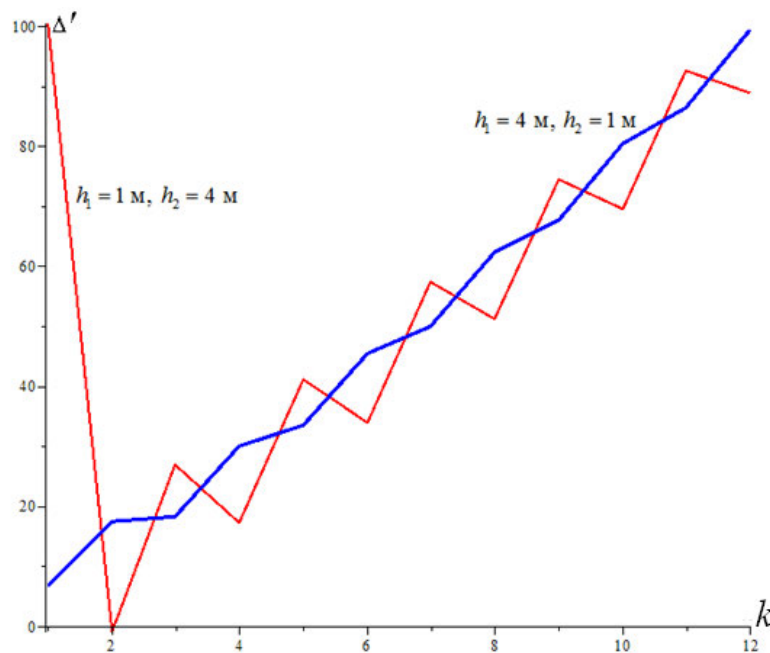


Fig. 4. $a = L / (2n), L = 40m$

The degeneration of the system of equilibrium equations for a truss with an odd number of panels was noted also in [7] and also confirmed by the corresponding kinematic scheme. The case of the kinematic variability of the spatial truss (axisymmetric dome) found for even number of terminals of the circuit in [15].

Список используемых источников:

1. Ilin I.A., Kirsanov M.N. The deflection and displacement of the bearings of the truss with rhombic lattice // Science Almanac. 2016. N 12-2(26). Pp. 216-219.
2. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика/Под ред. А.И.Кириллова -М.: Физматлит, 2008. 382 с.

3. Shipaeva A.S. Calculation of the deflection of girder beam loaded on the bottom flange in the system Maple//Science Almanac. 2016. N 5-3(19). Pp. 236-239.
4. Bolotina T. D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels//Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 4-3(8). Pp.7-8.
5. Voropai R. A., Kazmiruk I.Yu. Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 2-1(6). Pp. 10-12
6. Voropai R. A. Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice// Science Almanac. 2016. N 4-3(18). Pp. 238-240.
7. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
9. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы// Строительство и реконструкция. 2017. 1(69). С. 19–23.
10. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
11. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
12. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба вспарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей// Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
13. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice// Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.
14. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
15. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость// Строительная механика и расчет сооружений. 2012. N 3. С. 48-51.

© 2017, Ильин И.А., Кирсанов М.Н.

Анализ прогиба внешне статически неопределимой фермы

© 2017, Ilin I.A., Kirsanov M.N.

Analysis of the deflection of externally statically indeterminate truss

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.268

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.268.pdf>

Поступила (Received): 06.02.2017

**Рахматулина А.Р., Смирнова А.А.
О зависимости прогиба арочной фермы,
загруженной по верхнему поясу, от числа панелей**

**Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A.
The dependence of the deflection of the arched truss
loaded on the upper belt, on the number of panels**

Рассматривается плоская статически определимая ферма с двумя опорами. Дается вывод формулы для прогиба фермы. Используется метод вырезания узлов и формула Максвелла-Мора в предположении, что жесткости всех стержней одинаковые. Найдены асимптотические свойства решения

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

We consider a plane statically determinate truss with two pillars. The derivation of the formula for the deflection of the truss is given. Used method of cutting nodes, and the formula of Maxwell – Mohr on the assumption that the stiffness of all rods are the same. Asymptotic properties of the solution are found

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Рахматулина Анна Ринатовна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Rakhmatulina Anna Rinatovna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Смирнова Анастасия Алексеевна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Smirnova Anastasia Alekseevna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Truss, shown in figure 1, have not a horizontal spacer reactions and can only conditionally be treated to an arched truss. Consider the load on the upper zone of the truss. The forces in the rods we find using cut nodes in an analytical form by the program [1] written in the language of computer mathematics Maple.

The deflection is determined by the formula of Maxwell – Mohr
$$\Delta = P \sum_{i=1}^{m-3} \frac{S_i s_i l_i}{EF},$$

where EF is the stiffness of the rods (the same in this formulation), S_i – the forces in the rods from the action of external loads, s_i the forces in the rods from the action of a unit vertical force at Midspan, l_i – the length of the rods. In this structure, panels with n number of terminals, including the reference, is equal to $m=12n+4$.

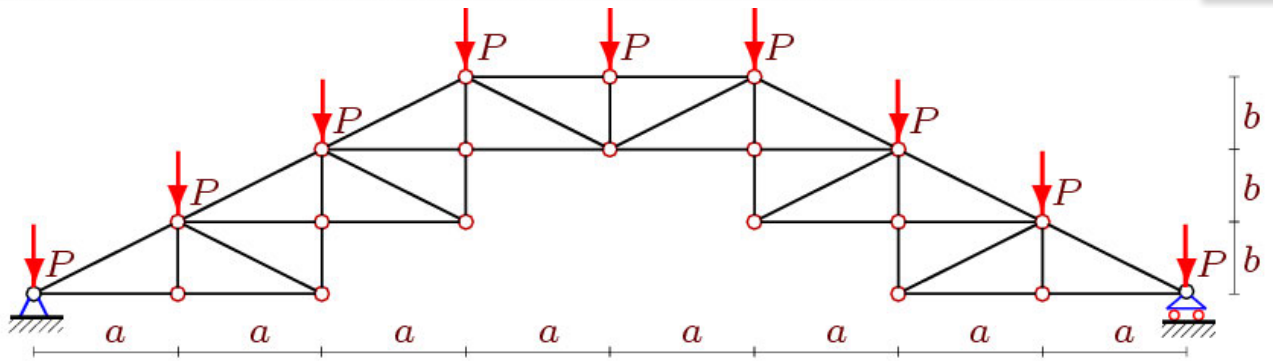


Fig. 1. Truss, $n=3$

The summation is done only on the deformable rods (supports are assumed to be rigid). From the analysis of a series of solutions for trusses with different numbers of panels were obtained of a sequence of coefficients, for which the methods of computer algebra system Maple was found common members, the coefficients of the desired formula. Used operators **rgf_findrecur** and **rsolve**. Obtained the following expression:

$$\Delta = P(Aa^3 + Bb^3 + Cc^3) / (12EFb^2),$$

where $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. The coefficients are found by induction from the analysis of the sequence of the twelve trusses:

$$A = (5n^2 + 10n + 6)(n + 1)^2, \quad B = n(n - 1)(5n^2 + 7n - 4),$$

$$C = (n + 1)(5n^3 + 3n^2 - 2n + 6).$$

Curves of the dimensionless deflection to the number of panels n , if $L=40$ m, $a=L/(2n)$ given in Fig. 2. It is assumed that the total load on the truss is fixed: $P' = (2n + 1)P$. The dependence on the number of panels has minimum and strongly depends on the height b .

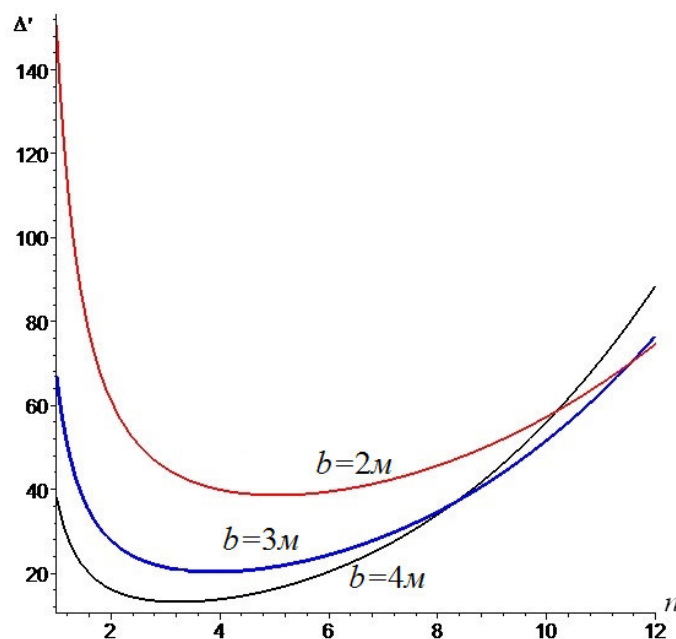


Fig. 2. The dependence of the deflection of the number of panels

The analytical form of the obtained solution allows us to trace the asymptotic behavior of the dependence of deflection from the number of panels. The calculated

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^3 = 5b / (12L)$$

Similar studies and the derivation of the formula for deflection under the program [1] provides for flat trusses in [2-12]. In [13-15] in the derivation of analytical expressions for influence lines were applied to a more complex method of induction on two parameters. In [16-19] obtained solutions for space trusses. The applied algorithm can be used in more complex problems of optimization of trusses [20]. In [21] gives the derivation of the deflection of the considered truss under load on the bottom belt.

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. *Решебник. Теоретическая механика*. М.: Физматлит, 2008. 382 с.
2. Kirsanov M. *Analysis of deformations of the open hinged-rod ring* // *Инновационная наука*. 2017. № 2-1. С. 10-11.
3. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей* // *Механизация строительства*. 2017. № 3. С. 26-29.
4. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы* // *Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова*. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
5. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»* // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
6. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы* // *Вестник МГСУ*. 2016. № 10. С. 35-44.
7. Кирсанов М.Н. *Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы* // *Строительство и реконструкция*. 2017.1(69). С.19-23.
8. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. *Статический расчет двухраскосной балочной фермы* // *Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»* Том 8, №6 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>
9. Shipaeva A.S. *Calculation of the deflection of girder beam loaded on the bottom flange in the system Maple* // *Science Almanac*. 2016. N 5-3(19). Pp. 236-239.
10. Voropai R. A., Kazmiruk I.Yu. *Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss* // *Bulletin of Scientific Conferences*. 2016. № 2-1(6). Pp. 10-12
11. Voropai R. A. *Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice* // *Science Almanac*. 2016. N 4-3(18). Pp. 238-240.
12. Тиньков Д.В. *Формулы для расчёта прогиба вступарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей* // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
13. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. *Line of influence of the deflection for cantilever truss* // *Вестник научных конференций*. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.
14. Dong X., Kirsanov M.N. *The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels* // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
15. Jiang H., Kirsanov M. N. *An analytical expression for the influence line of the truss* // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
16. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы* // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
17. Kirsanov M.N. *Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice* // *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 4. Pp. 52-58. doi: 10.5862/MCE.64.
18. Kirsanov M.N. *Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder* // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. N 1 (29). Pp. 84-105.
19. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple* // *Информатизация инженерного образования. ИНФОРИНО-2014*. М.: Издательство МЭИ, 2014. С. 239-242.

20. Марутян А.С. Оптимизация минимальных высот стропильных и перекрестных стальных ферм, включая типа «Пятигорск» // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 2(253). С. 60–66.
21. Волостнов Д.К. Формула для прогиба балочной фермы, загруженной по нижнему поясу // Вестник научных конференций. 2015. № 2-2(2). С. 39-40.

© 2017, Рахматулина А.Р., Смирнова А.А.
 О зависимости прогиба арочной фермы,
 загруженной по верхнему поясу, от числа панелей

© 2017, Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A.
 The dependence of the deflection of the arched truss
 loaded on the upper belt, on the number of panels

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.272

http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.272.pdf

Поступила (Received): 19.02.2017

**Салимов М.С.
Формула для прогиба составной фермы,
загруженной по нижнему поясу**

**Salimov M.S.
The formula for deflection of a composite truss,
loaded on the bottom flange**

Части симметричной плоской статически определимой балочной фермы с прямоугольной раскосной решеткой соединены тремя стержнями. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов в системе Maple. Прогиб находится методом индукции для произвольного числа панелей

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Салимов Максим Сергеевич

Бакалавр

Национальный исследовательский университет

«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Part of the symmetric flat statically determinate girder, with a rectangular diagonal bars are connected by three rods. The forces in the rods are determined by cutting out the nodes in the system Maple. Deflection is found by the method of induction for arbitrary number of panels

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Salimov Maksim Sergeevich

Bachelor

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Symmetrical truss includes n panels in each of the parts (Fig. 1). The truss contains $m=8n+8$ rods together with three support (two of them simulate stationary pivot bearing right, and one – left). In the truss $4n+4$ nodes, for which you can make m equilibrium equations in projections on coordinate axes. To compose and solve this system we use the program [1], proven in a number of decisions of similar problems on deflection flat [2-16] and spatial [17-19] trusses.

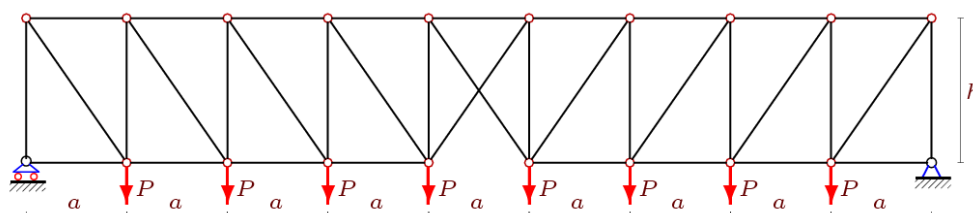


Fig. 1. Truss, load, $n=4$

We give the fragment program to enter the coordinates of the nodes, necessary for the calculation of the guides of the cosines of the forces (Fig. 2):

```

> for i to 2*n+2 do
> x[i]:=a*i-a: y[i]:=0:
> x[i+2*n+2]:=a*i-a: y[i+2*n+2]:=h:
> od:
    
```

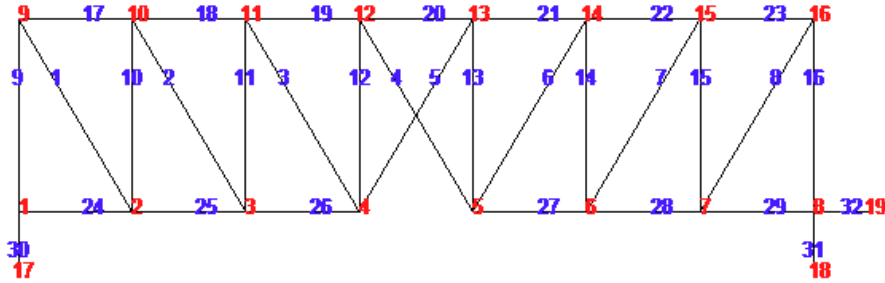


Fig. 2. Truss, node numbers, n=3

Lattice of truss is introduced in the program by the numbers of the ends of the rods in special vectors **N[i]**:

```

>for i to n+1 do
> N[i]:=[i+1,i+2*n+2];
> N[i+n+1]:=[i+n,i+3*n+3];
> od:
> for i to 2*n+2 do
> N[i+2*n+2]:=[i,i+2*n+2];
> od:
    
```

The matrix of the system of equilibrium equations is formed in a cycle by the number of rods. The solution of the system yields the expressions for the forces symbolically. For calculation of deflection the integral Maxwell – Mora $\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF)$ is used, where EF is the stiffness of the rods (same for all elements), S_i – is the forces in the rods from the action of external loads P , s_i – the forces in the rods from the action of a unit vertical force applied to node $n+1$ in the lower zone (closest to mid-span), l_i is the length of the rods. Summation is conducted on the deformable rods only.

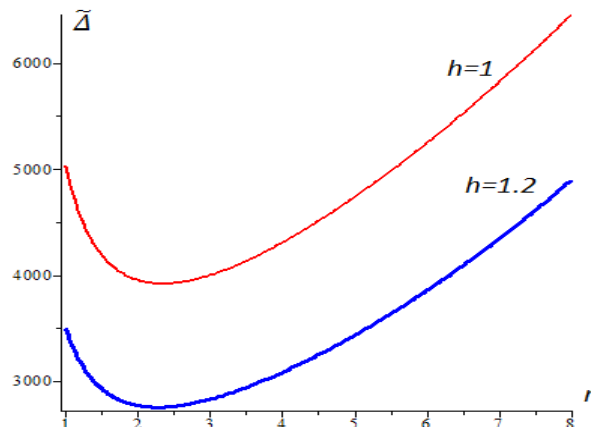


Fig. 3. Dependence $\Delta = EF\Delta / P$ on the number of panels, $L=an=10m$

By induction, we obtain the following solution

$$EF\Delta = P(A_n a^3 + C_n (h^3 + c^3)) / h^2,$$

where $A_n = n(5n^3 / 4 + 4n^2 + 13n / 4 + 1 / 2) / 3$, $C_n = n^3 / 2 + n^2 + n / 2$, $c = \sqrt{a^2 + h^2}$.

The coefficients obtained using operators `rgf_findrecur` and `rsolve` the computer algebra system Maple. A graph of the deflection of the number of panels with constant length of the span shows the presence of extrema.

Overview of analytical solutions for flat trusses can be found in [20-21].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. *Решебник. Теоретическая механика*/Под ред. А.И.Кириллова -М.: Физматлит, 2008. 382 с.
2. Zhukov A.A. *Analytical calculation of the deflection of the truss in the Maple system*// Science Almanac. 2016. N 9-2(23). Pp. 24-26. DOI: 10.17117/na.2016.09.02.024
3. Zimenkov N.A. *The formula for the deflection of flat truss*// Science Almanac 2016. N 10-3(24). Pp. 365-367.
4. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы*//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
5. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»*//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
6. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы*//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
7. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы* // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
8. Kirsanov M. *An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type*//Architecture and Engineering. 2016. T. 1. № 3. Pp. 14-17.
9. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. *Line of influence of the deflection for cantilever truss* // Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.
10. Dong X., Kirsanov M.N. *The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels*// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
11. Jiang H., Kirsanov M.N. *An analytical expression for the influence line of the truss*// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11. DOI: 10.17117/cn.2016.01.05
12. Кирсанов М.Н. *Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме*//Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.
13. Кирсанов М.Н., Васьков М.И. *О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей при загрузении верхнего пояса*//Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 3.
14. Кирсанов М.Н. *Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы со сложной решеткой*//Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 4.
15. Кирсанов М.Н. *Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы*//Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
16. Тиньков Д.В. *Формулы для расчёта прогиба вварушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей*// Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
17. Кирсанов М.Н. *Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость* //Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.
18. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет пространственной стержневой системы*//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
19. Kirsanov M.N. *Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice*. Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.
20. Кийко Л.К. *Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки* // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247– 254
21. Тиньков Д.В. *Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций* // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.275

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.275.pdf>

Поступила (Received): 23.02.2017

Смирнова А.А., Рахматулина А.Р. Аналитический расчет смещения опоры шпренгельной фермы

Smirnova A.A., Rakhmatulina A.R. Analytical calculation of the displacement of the truss support

Балочная плоская статически определимая ферма имеет две вертикальные и две горизонтальные опоры. Методом вырезания узлов в аналитической форме определяются усилия в стержнях. Смещение вычисляется по формуле Максвелла-Мора.

Полученное решение методом индукции обобщается на произвольное число панелей

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Flat beam statically determinate truss has two vertical and two horizontal supports. Using cut nodes the forces in the rods are obtained in the analytical form. The offset is calculated by the formula of Maxwell-Mohr. The solution can be generalized to an arbitrary number of panels using induction method

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Смирнова Анастасия Алексеевна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Smirnova Anastasia Alekseevna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Рахматулина Анна Ринатовна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Rakhmatulina Anna Rinatovna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

The studied truss (Fig. 1) externally statically indeterminate. To determine the reactions of supports of the three equations of equilibrium of the structure is not enough. Despite this, the algorithm presented in [1] allows not only to obtain the solution for the stresses in the bars, but to find the deflection and displacement of the supports in analytical form for arbitrary number of panels.

The same exact solutions were previously obtained for deflection and displacement of the supports of the flat [2-18] and space trusses [19-21].

Find a formula for the horizontal displacement of the support of the truss, applying the method to cut nodes to determine the stresses in the bars and the formula of

Maxwell - Mohr $\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} \frac{S_i s_i l_i}{EF}$ to calculate the offset. Here EF is the stiffness of the rods

(same for all rods in the truss), S_i - the forces in the rods from the action of external

loads P, s_i – the forces in the rods from the action of unit horizontal force applied to the support, l_i – the lengths of the rods. Summation is conducted on the deformable member.

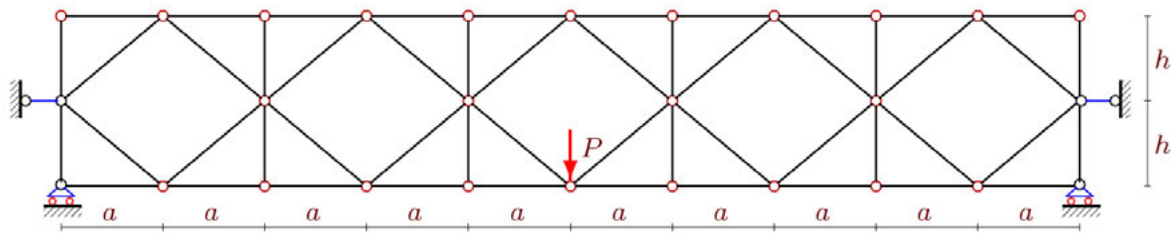


Fig. 1. Truss, $k=3, n=5$

The support rods are assumed to be rigid and in sum are not included. In this structure, panels with n number of terminals, number of rods is equal to $m=10n+6$ (supports are included). It is seen that for even n the equations of equilibrium degenerates. Suppose that $n=2k-1$. In the program [1] in the language of Maple shall contain the following node coordinates (Fig. 2):

```

for i to 2*n+1 do x[i]:=a*i-a: y[i]:=0:
x[i+2*n+1]:=a*i-a: y[i+2*n+1]:=2*h: od:
for i to n+1 do x[i+4*n+2]:=2*a*i-2*a: y[i+4*n+2]:=h:od:
    
```

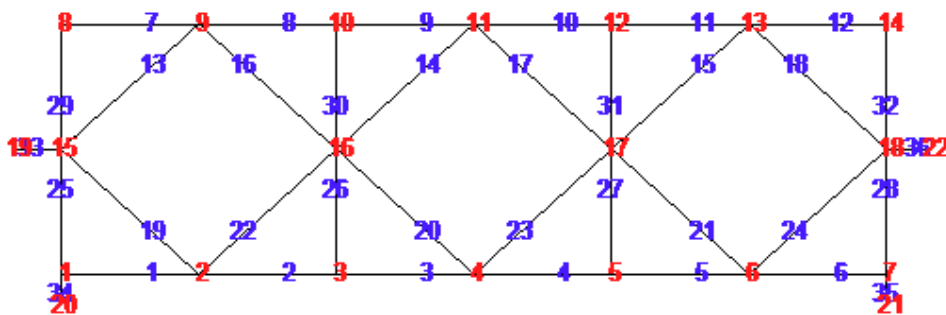


Fig. 2. Numbers of nodes, $k=2, n=3$

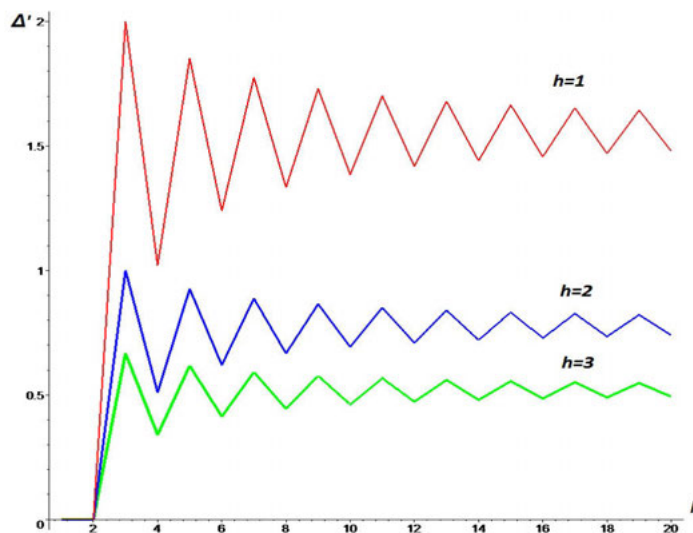


Fig. 3. Offset support

From the analysis of a series of solutions for trusses with different numbers of panels were obtained of a sequence of coefficients, for which the operators of Maple found common members, the coefficients of the desired formula. Obtained the following expression: $EF\Delta = P(a^2(2k^2 - 2k(1 + (-1)^k) - 1 + (-1)^k)) / (4h)$. Curves offset $\Delta' = \frac{EF\Delta}{P}$ to the number k that determines the number of panels, and $L=50$ m, $a=L/k$ given in Fig. 3.

In [22] an overview of some results of applying the method of induction to the derivation of the formula for flat trusses is given.

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. *Решебник. Теоретическая механика/Под ред. А.И.Кириллова -М.: Физматлит, 2008. 382 с.*
2. Ponamareva M.A. *The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load // Science Almanac. 2016. N 4-3(18). С.257-259.*
3. Voropai R.A., Kazmiruk I.Yu. *Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 2-1(6). Pp. 10-12*
4. Voropai R. A. *Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice// Science Almanac. 2016. N 4-3(18). С.238-240.*
5. Shipaeva A.S. *Calculation of the deflection of girder beam loaded on the bottom flange in the system Maple//Science Almanac. 2016. N 5-3(19). Pp. 236-239.*
6. Bolotina T. D. *The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels//Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 4-3(8). P.7-8.*
7. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.*
8. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.*
9. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.*
10. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.*
11. Kirsanov M. *An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type//Architecture and Engineering. 2016. Т. 1. № 3. Pp. 14-17.*
12. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. *Line of influence of the deflection for cantilever truss // Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.*
13. Dong X., Kirsanov M.N. *The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.*
14. Кирсанов М.Н. *Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме//Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.*
15. Кирсанов М.Н., Васьков М.И. *О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей при загрузении верхнего пояса//Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 3.*
16. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет решетчатой фермы //Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.*
17. Кирсанов М.Н. *Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы//Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.*
18. Тиньков Д.В. *Формулы для расчёта прогиба впарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей// Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.*
19. Кирсанов М.Н. *Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость //Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.*
20. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет пространственной стержневой системы//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.*

21. Kirsanov M.N. *Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice. Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.*
22. Тиньков Д.В. *Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.*

© 2017, Смирнова А.А., Рахматулина А.Р.
 Аналитический расчет смещения опоры
 шпренгельной фермы

© 2017, Smirnova A.A., Rakhmatulina A.R.
 Analytical calculation of the displacement of the truss
 support

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.290

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.290.pdf>

Поступила (Received): 13.02.2017

Широков А.С.
Смещение опор двухпролетной неразрезной фермы,
загруженной сосредоточенной силой

Shirokov A.S.
The displacement of the support of the two-span
continuous truss, loaded with a concentrated force

Приводится вывод формулы для смещения опоры статически определимой плоской балочной фермы с одной промежуточной подвижной опорой. Усилия в стержнях находятся методом вырезания узлов, смещение – с помощью интеграла Мора. Для обобщения решения на произвольное число панелей применяется метод индукции и операторы системы Maple

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Мора, Maple

Deduce the formula for the offset supports are statically determinate flat girder, with one intermediate movable support. The forces in the rods are found with method of cutting of knots, displacement – using the Mohr's integral. To generalize the solution for an arbitrary number of panels the method of induction and operators of Maple are used

Key words: truss, deflection, Mohr' formula, Maple

Широков Александр Сергеевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Shirokov Aleksandr Sergeevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Под действием нагрузки ферма получает не только вертикальный прогиб, но и смещение подвижных опор. В исследуемой двухпролетной статически определимой конструкции их две. Информация о смещении опор важна для практики. Неконтролируемое смещение может вызвать катастрофические последствия для конструкции. Для определения горизонтального смещения одной из опор (например, левой) определим усилия в ферме под действием нагрузки и усилия от единичной силы в направлении исследуемого смещения. Все преобразования выполним в символьной форме в системе Maple по программе [1]. Ранее аналогичные аналитические решения по этой же программе были получены для плоских [2-12] и пространственных ферм [13-15].

Обозначим n_0 число панелей в каждом пролете. Расчет усилий показал, что исследуемая схема фермы обладает скрытой особенностью. При четном числе панелей n_0 определитель системы уравнений обращается в ноль [16].

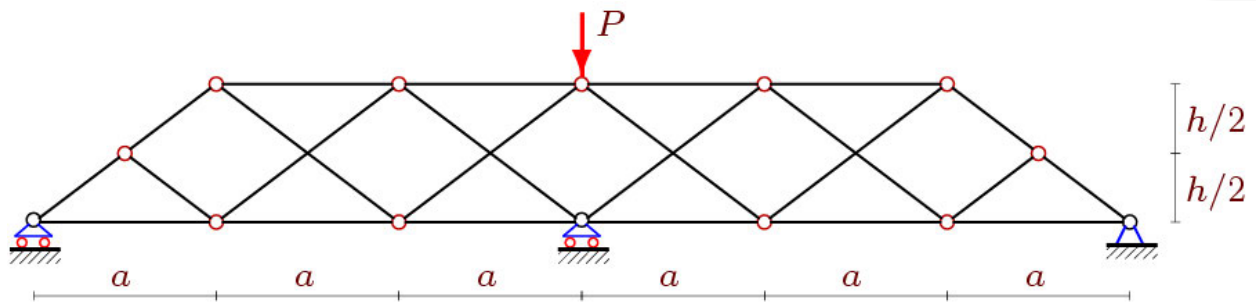


Рис. 1. Ферма при k=2

Примем $n_0 = 2k - 1$. Горизонтальное перемещение левой опоры находим с помощью интеграла Мора: $\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i N_i l_i / (EF)$, где S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней вертикальной нагрузки P в середине пролета, N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной опоре, l_i – длины стержней, $m = 8k + 2$ – число стержней вместе с четырьмя стержнями, моделирующими опоры (два – неподвижную правую и два стержня на подвижные). Опорные стержни предполагаются жесткими, поэтому суммирование ведется до $m-4$. Последовательно увеличивая число панелей в ферме, получаем ряд коэффициентов 1, 5, 13, 25, 41, 61, 85, 113 при выражении Pa^2 / h в формуле для перемещения. С помощью оператора rfg_findrecur системы Maple выводим рекуррентное уравнение для искомого общего члена последовательности: $A_k = 3A_{k-1} - 3A_{k-2} + A_{k-3}$. Решение этого уравнения дает оператор rsolve. В итоге имеем рабочую формулу:

$$\Delta EF = P(2k^2 - 2k + 1)a^2 / h.$$

Как и следовало ожидать, с увеличением высоты фермы h смещение уменьшается. На рисунке 2 кривые зависимости (1) построены при $a=10$ м. Введено обозначение для относительного смещения $\Delta' = \Delta EF / P$.

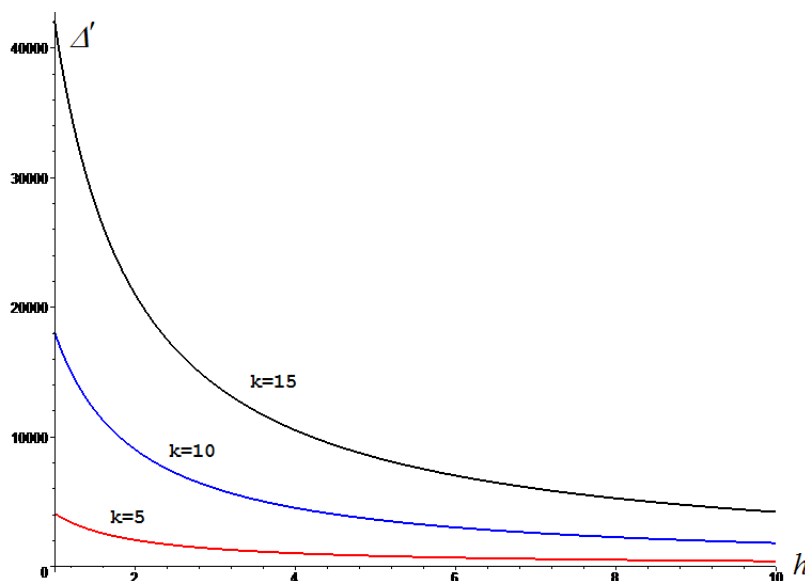


Рис. 2. Зависимость прогиба от количества пролетов

Обзоры некоторых аналитических решений полученных с помощью программы [1] и метода индукции содержатся в [17-18], расчет фермы «Пятигорск» по формуле Качурина – в [19].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М. Н. *Maple и Maplet. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. *Статический анализ и монтажная схема плоской фермы*//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
3. Jiang H., Kirsanov M.N. *An analytical expression for the influence line of the truss*//Вестник научных конференций. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
4. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»*//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
5. Кирсанов М.Н. *О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы* // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
6. Kirsanov M. *An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type* // *Architecture and Engineering*. 2016. Т. 1. № 3. С. 14-17.
7. Кирсанов М.Н. *Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы*//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
8. Кирсанов М.Н. *Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы*//Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
9. Кирсанов М.Н. *Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой*//Инженерно-строительный журнал. 2016. № 4 (64). С. 52-58.
10. Кирсанов М.Н. *Зависимость прогиба решетчатой фермы от числа панелей* // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 4 (44). С. 150-157.
11. Кирсанов М.Н. *Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме*//Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 5-9.
12. Кирсанов М.Н., Васьков М.И. *О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей при загрузке верхнего пояса*//Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 3.
13. Кирсанов М.Н. *Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы со сложной решеткой*//Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 4.
14. Кирсанов М.Н. *Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменчивость* //Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.
15. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет пространственной стержневой системы*//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
16. Ибрагимова Е.Р., Кирсанов М.Н. *Формула для смещения опор двухпролетной неразрезной фермы, нагруженной распределенной нагрузкой*//Научный альманах. 2016. № 10-3 (24). С. 368-371.
17. Тиньков Д.В. *Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций* // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
18. Кийко Л.К. *Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки* // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
19. Марутян А.С., Григорьян М.Б. *Минимальная высота стальных ферм и их перекрестных систем, включая модули покрытий и перекрытий типа «Пятигорск»*// Современная наука и инновации. 2013. № 1. С. 52- 62.