

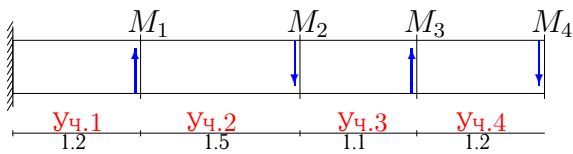
Задача 1-4. Расчет бруса на кручение

Дано:

$$M_1 = 2000 \text{ Нм}, M_2 = 1600 \text{ Нм}, M_3 = 1900 \text{ Нм}, M_4 = 1500 \text{ Нм},$$
$$[\tau] = 40 \text{ МПа}.$$

$$a = 1.2 \text{ м}, b = 1.5 \text{ м}, c = 1.1 \text{ м}.$$

К стальному валу приложены четыре известных момента.¹ Построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала из расчета на прочность, построить эпюру углов закручивания.



Решение

Моменты, действующие на участках (в Нм).

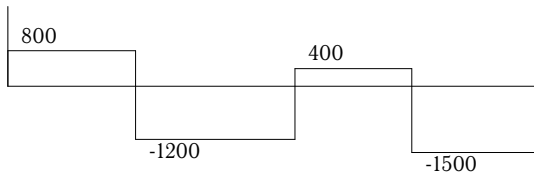
$$\text{На участке 1: } -1500 + 1900 - 1600 + 2000 = 800$$

$$\text{На участке 2: } -1500 + 1900 - 1600 = -1200$$

$$\text{На участке 3: } -1500 + 1900 = 400$$

$$\text{На участке 4: } -1500 = -1500$$

Эпюра закручивающих моментов (Нм)



Максимальный момент $M = 1500 \text{ Нм}$.

Подберем размер сечения (диаметр d , в см.) из условия прочности

$$W_x > \frac{|M_{max}|}{[\tau]}.$$

¹Литература: Степин П. *Сопротивление материалов*. 1983, §35-38

Для круглого сечения момент сопротивления $W_x = \pi d^3/16$. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{max}| \cdot 10^6}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^6 \cdot 1500}{\pi \cdot 40 \cdot 10^6}} = 5.76 \text{ см.}$$

Округляем $d = 60$ мм.

Определим относительные углы закручивания на каждом участке

$$\theta = \frac{M_x}{GJ_k}$$

Момент инерции для круглого сечения

$$J_k = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi 6^4}{32} = 127.23 \text{ см}^4.$$

Для стали модуль сдвига примем $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Относительные углы закручивания:

$$\theta_1 = 800 / (8 \cdot 10^{10} \cdot 127.23 \cdot 10^{-8}) = 0.79 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_2 = -1200 / (8 \cdot 10^{10} \cdot 127.23 \cdot 10^{-8}) = -1.18 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_3 = 400 / (8 \cdot 10^{10} \cdot 127.23 \cdot 10^{-8}) = 0.4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_4 = -1500 / (8 \cdot 10^{10} \cdot 127.23 \cdot 10^{-8}) = -1.47 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

Максимальный относительный угол $\theta_{max} = 1.47 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}}$.

Углы закручивания вычисляем по формуле

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + l_i \theta_i, \quad (i = 1 \dots 4).$$

В месте закрепления $\varphi_0 = 0$,

$$\varphi_1 = +0.79 \cdot 1.2 \cdot 10^{-2} = 0.94 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - 1.18 \cdot 1.5 \cdot 10^{-2} = -0.83 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + 0.4 \cdot 1.1 \cdot 10^{-2} = -0.4 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - 1.47 \cdot 1.2 \cdot 10^{-2} = -2.16 \cdot 10^{-2},$$

Эпюра углов закручивания (рад)

