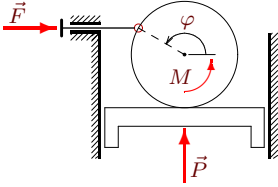


## Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

### Задача 13.1.

11

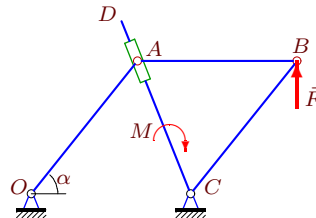


Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 32$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 7$  Н — к поршню,  $F = 4$  Н — к штоку. Масса штока равна 5 кг, поршня — 7 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

### Задача 13.2.

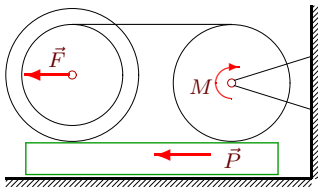
11

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 54$  Нм, к точке  $B$  перпендикулярно  $OC$  приложена сила  $F = 15$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $OA$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .



### Задача 13.3.

11

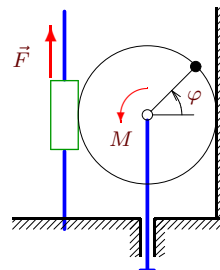


Блок с внешним радиусом 6 см и внутренним 4 см катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Радиус инерции блока 5 см. Масса цилиндра равна 4 кг, бруска — 2 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.4$  Нм, к оси блока — сила  $F = 150$  Н, к бруску — сила  $P = 30$  Н. Найти ускорение бруска.

### Задача 13.4.

11

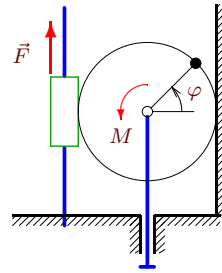
Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободу диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 8$  Нм, к муфте — сила  $F = 2$  Н. Масса диска 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .



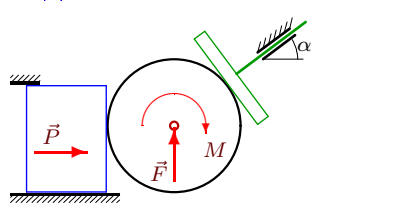
**Задача 13.5.**

Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 92$  Нм, к муфте — сила  $F = 2$  Н. Масса штока 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

11



**Задача 13.6.**



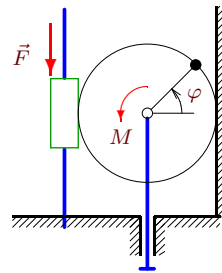
Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 5$  Н и момент  $M = 5$  Нм, к грузу — сила  $P = 70$  Н. Масса груза равна 2 кг, однородного цилиндра — 24 кг;  $\sin \alpha = 4/5$ . Найти ускорение груза.

11

**Задача 13.7.**

Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 36$  Нм, к муфте — сила  $F = 1$  Н. Масса диска 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

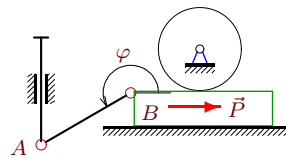
11



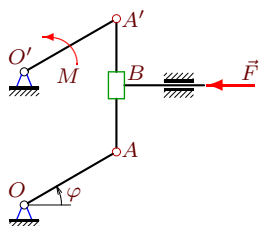
**Задача 13.8.**

Стержень  $AB = 6$  м соединяет поршень массой 3 кг и движущийся брусок. Брусок вращает цилиндр радиуса 2 м массой 6 кг. К бруску приложена сила  $P = 90$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = -0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

11



**Задача 13.9.**

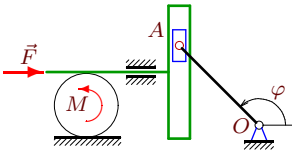


Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 54$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 13$  Нм. Масса штока с муфтой равна 12 кг, стержня  $AA'$  — 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 3 \text{ с}^{-1}$ .

11

**Задача 13.10.**

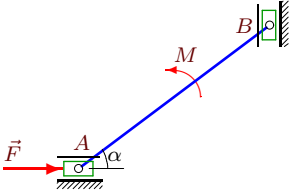
11



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 5$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 12$  Н, к цилиндру — момент  $M = 48$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 1 кг, масса однородного цилиндра — 8 кг. Радиус цилиндра 2 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.11.**

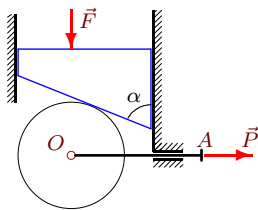
11



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 1 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 7 кг. К стержню приложен момент  $M = 57$  Нм, к ползуну  $A$  — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача 13.12.**

11

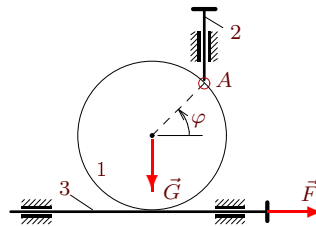


Цилиндр массой 2 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На шток действует сила  $P = 16$  Н, на клин массой 3 кг — сила  $F = 146$  Н; масса штока 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/4$ .

**Задача 13.13.**

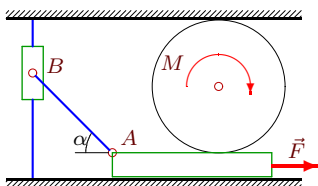
11

Однородный диск 1 массой 2 кг радиуса  $R = 0.8$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 2 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 3$  Н, к штоку 3 — сила  $F = 48$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ .



**Задача 13.14.**

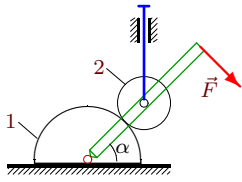
11



Стержень  $AB = 2$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 2 м катится по плоскости и по бруску. Масса цилиндра равна 16 кг, муфты — 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 4$  Нм,  $F = 61$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача 13.15.**

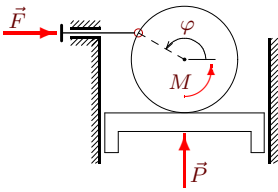
11



Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. Оси диска и полуцилиндра соединяет планка длиной 3 м, к концу которой перпендикулярно ей приложена сила  $F = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/4$ .

**Задача 13.16.**

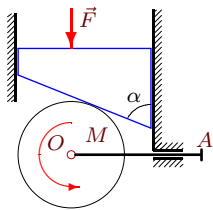
11



Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 114$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 28$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 16 кг, поршня — 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 3 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача 13.17.**

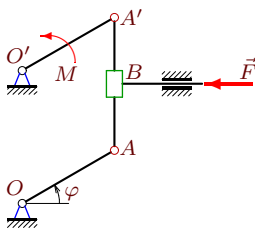
11



Цилиндр радиусом 0,5 м массой 2 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 3 кг действует сила  $F = 200$  Н; масса штока 9 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 30$  Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/3$ .

**Задача 13.18.**

11

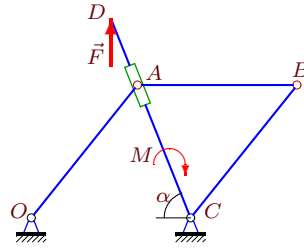


Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 16$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 18$  Нм. Масса штока с муфтой равна 8 кг, стержня  $OA$  — 9 кг, стержня  $AA'$  — 9 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

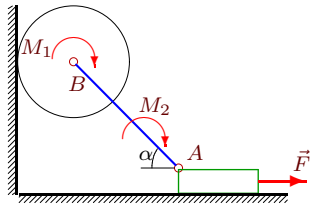
**Задача 13.19.**

11

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 6$  Нм, к точке  $D$  перпендикулярно  $OC$  приложена сила  $F = 15$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $BC$  — 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача 13.20.**

11

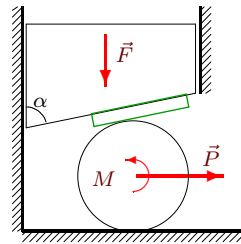


Брусок массой 9 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 10$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 112$  Нм, к бруску сила  $F = 20$  Н. Масса диска равна 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача 13.21.**

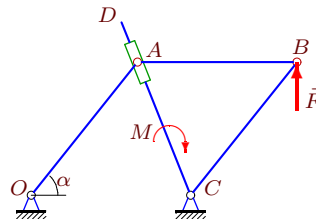
11

Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 12 кг, пластины — 10 кг. К прессу приложена сила  $F = 384$  Н, к цилиндру — момент  $M = 8$  Нм и сила  $P = 8$  Н. Найти ускорение прессы.

**Задача 13.22.**

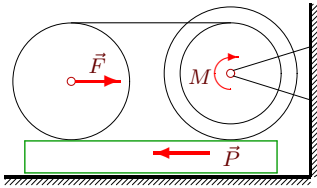
11

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 3 м;  $OA = 2$  м. На кулису действует момент  $M = 156$  Нм, к точке  $B$  перпендикулярно  $OC$  приложена сила  $F = 10$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $AB$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение кулисы при  $\sin \alpha = 0.8$ .



**Задача 13.23.**

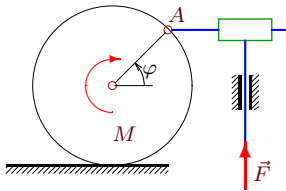
11



Цилиндр катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Цилиндр и блок с неподвижной осью с внешним радиусом 5 см и внутренним 3 см связаны нитью. Радиус инерции блока 4 см. Масса цилиндра равна 4 кг, блока — 1 кг, бруска — 3 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.27$  Нм, к оси блока — сила  $F = 27$  Н, к бруску — сила  $P = 635$  Н. Найти ускорение бруска.

**Задача 13.24.**

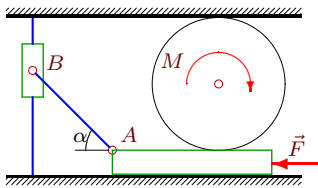
11



Цилиндр радиусом 1 м и массой 8 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 75$  Нм, к штоку — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = -2$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.25.**

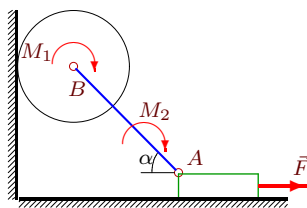
11



Стержень  $AB = 1$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 2 м катится по плоскости и по бруску. Масса цилиндра равна 16 кг, муфты — 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 8$  Нм,  $F = 28$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача 13.26.**

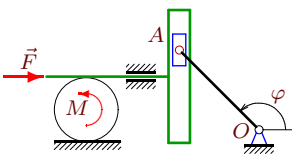
11



Брусок массой 6 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 5$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 68$  Нм, к бруску сила  $F = 10$  Н. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача 13.27.**

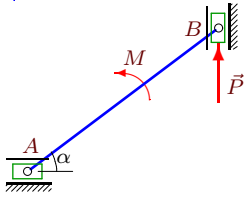
11



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 3$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 15$  Н, к цилиндру — момент  $M = 30$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 5 кг, масса кривошипа — 6 кг. Радиус цилиндра 1 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 3$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.28.**

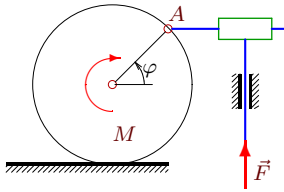
11



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 1 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 5 кг. К стержню приложен момент  $M = 28$  Нм, к ползуну  $B$  — сила  $P = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача 13.29.**

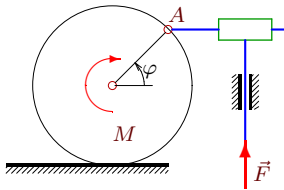
11



Цилиндр радиусом 2 м и массой 8 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 5 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 600$  Нм, к штоку — сила  $F = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача 13.30.**

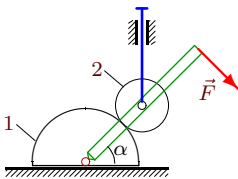
11



Цилиндр радиусом 1 м и массой 8 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 136$  Нм, к штоку — сила  $F = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача 13.31.**

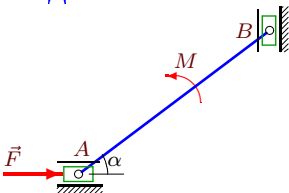
11



Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. Оси диска и полуцилиндра соединяет планка длиной 3 м, к концу которой перпендикулярно ей приложена сила  $F = 30$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/4$ .

**Задача 13.32.**

11



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 2 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 7 кг. К стержню приложен момент  $M = 23$  Нм, к ползуну  $A$  — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

## Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

01-Nov-22

$$T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \sin^2 q)$$

\*)  $T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \cos^2 q + C \sin q)$ .

№	уск.	уск.(числ)	Q	Q <sub>числ</sub>	A	A <sub>числ</sub>	B	C
1	2			40	10		2	10*
2	-18	-18	-18	-18	1	1	—	
3	-2		-8	-8	4	4	—	
4	-2	-2	4			26	-20	
5	8	8	88			22	-20	
6	2		70		35	—		
7	2	2	38			23	-20	
8	-4	-4	-432	-432	108		—	
9	1			59.76	4	—	12	
10	-4		0	—	0	—	100	
11	18	-		60		3.33	-	-
12	-10		-130	—	13	—	0	
13	32		1536/25	61.44	48/25	1.92	—	
14	-3		-72		24	—	—	
15	1	-		-33.75		33.75	-	-
16	5			120	24		18	0*
17	-2		-80	—	40	—	0	
18	1			31.86	12	—	8	
19	-6	-6	-12	-12	2	2	—	
20	2		72		36		0	
21	-4		-384		96	96	—	
22	-6	-6	-66	-66	11/2	5.5	—	
23	-125			-635	127/25	5.08	—	
24	-2		-72		32	—	20	
25	4		24		6	—	—	
26	2		48		24		0	
27	-5		0	—	18	—	45	
28	12	-		32		2.67	-	-
29	-5		-588		88	—	40	
30	-3		-124		32	—	20	
31	2	-		-67.5		33.75	-	-
32	6	-		26		4.33	-	-

D-13 файл 13d11WA