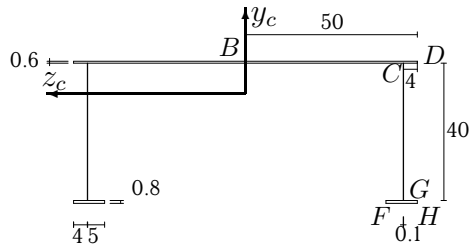


Определение геометрических характеристик поперечного сечения стержня открытого профиля



Площадь сечения:

$$F = 2 \cdot (50 \cdot 0.6 + 40 \cdot 0.1 + 9.1 \cdot 0.8) = 82.56 \text{ см}^2.$$

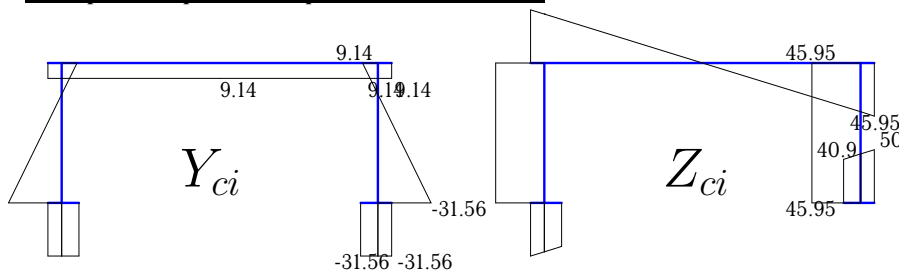
Координаты центра тяжести:

(начало координат на верхней плоскости)

$Z_c = 0$, т.к. ось y_c – ось симметрии;

$$Y_c = \frac{\sum_{i=1}^3 F_i y_i}{F} = -2 \cdot (50 \cdot 0.6 \cdot 0.3 + 40 \cdot 0.1 \cdot 20.6 + 9.1 \cdot 0.8 \cdot 41) / 82.56 = -9.44 \text{ см}.$$

Эпюры координат срединной линии:



Главные центральные моменты инерции:

$$I_{y_c} = \int_F z^2 dF, \quad I_{z_c} = \int_F y^2 dF.$$

$$I_{y_c} = \frac{0.6 \cdot 100^3}{12} + 2 \left(\frac{40 \cdot 0.1^3}{12} + 40 \cdot 0.1 \cdot 45.95^2 + \frac{0.8 \cdot 9.1^3}{12} + 0.8 \cdot 9.1 \cdot 45.45^2 \right) = 50000 + 0 + 16891.22 + 100.48 + 30076.63 = 97068.33 \text{ см}^4.$$

$$I_{z_c} = \frac{100 \cdot 0.6^3}{12} + 100 \cdot 0.6 \cdot 9.14^2 + 2 \left(\frac{0.1 \cdot 40^3}{12} + 40 \cdot 0.1 \cdot 11.16^2 + \frac{9.1 \cdot 0.8^3}{12} + 0.8 \cdot 9.1 \cdot 31.56^2 \right) = 1.8 + 5017.6 + 1066.67 + 995.51 + 0.78 + 14497.87 = 21580.23 \text{ см}^4.$$

Эпюра секториальных площадей ω_B^B :

(Начало отсчета и полюс в точке В).

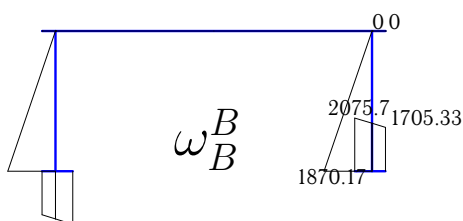
$$\omega_{BC}^B = 0.$$

$$\omega_{BD}^B = 0.$$

$$\omega_{BG}^B = \omega_{BC}^B + 2F_{\Delta BCG} = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 45.95 \cdot 40.7 = 1870.17 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BF}^B = \omega_{BG}^B + 2F_{\Delta BGF} = 1870.17 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 40.7 \cdot 5.05 = 2075.7 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BH}^B = \omega_{BG}^B - 2F_{\Delta BGH} = 1870.17 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 40.7 \cdot 4.05 = 1705.33 \text{ см}^2.$$



Эпюра ω_B асимметрична относительно оси Y_c .

Секториальные центробежные моменты инерции определяем по правилу *Верещагина* путем перемножения эпюры ω_B на эпюры Y_c и Z_c :

$$I_{\omega z_c} = \int_s \omega_B Y_c \delta ds = 0, \text{ т.к. эпюра } Y_c \text{ симметричная, а } \omega_B \text{ – асимметричная;}$$

$$I_{\omega y_c} = \int_s \omega_B Z_c \delta ds = -2(0.1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 40.7 \cdot 45.95 \cdot 1870.17 + 0.8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5.05 \cdot 45.95 (\frac{2}{3} \cdot 1870.17 + \frac{1}{3} \cdot 2075.7)) + 0.8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5.05 \cdot 40.9 (\frac{2}{3} \cdot 2075.7 + \frac{1}{3} \cdot 1870.17) + 0.8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4.05 \cdot 45.95 (\frac{2}{3} \cdot 1870.17 + \frac{1}{3} \cdot 1705.33) + 0.8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5.05 \cdot 50 (\frac{2}{3} \cdot 1705.33 + \frac{1}{3} \cdot 1870.17) = -2(174875.8 + 345775.9 + 277705.4) = -1596714 \text{ см}^5.$$

Положение центра изгиба А

$$Z_A = Z_B + I_{\omega z_c} / I_{z_c} = 0,$$

$$Y_A = Y_B - I_{\omega y_c} / I_{y_c} = 9.14 + \frac{1596714}{97068.33} = 9.14 + 16.45 = 25.6 \text{ см.}$$

Эпюра главных секториальных координат ω_B^A

(Полюс в точке А)

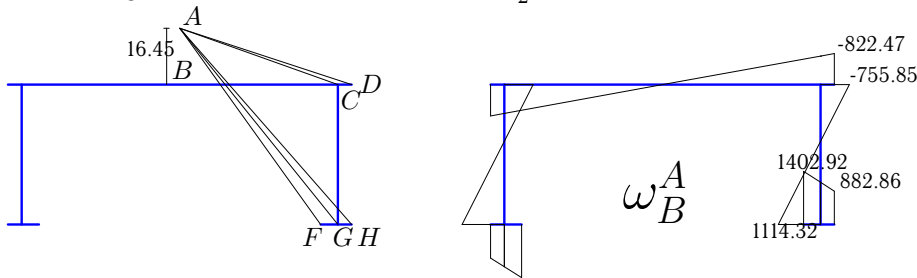
$$\omega_{BC}^A = -2F_{\Delta ABC} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 16.45 \cdot 45.95 = -755.85 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BD}^A = -2F_{\Delta ABD} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 16.45 \cdot 50 = -822.47 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BG}^A = \omega_{BC}^A + 2F_{\Delta ACG} = -755.85 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 45.95 \cdot 40.7 = 1114.32 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BF}^A = \omega_{BG}^A + 2F_{\Delta AGF} = 1114.32 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 57.15 \cdot 5.05 = 1402.92 \text{ см}^2.$$

$$\omega_{BH}^A = \omega_{BG}^A - 2F_{\Delta AGH} = 1114.32 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 57.15 \cdot 4.05 = 882.86 \text{ см}^2.$$



Эпюра статических моментов S_z^ω (построение по эпюре Y_c .)

$$S_{zGF}^\omega = 0.8 \cdot 5.05 \cdot 31.56 = 127.48 \text{ см}^3.$$

$$S_{zGH}^\omega = 0.8 \cdot 4.05 \cdot 31.56 = 102.24 \text{ см}^3.$$

$$S_{zGC}^\omega = S_{zGF}^\omega + S_{zGH}^\omega = 229.72 \text{ см}^3.$$

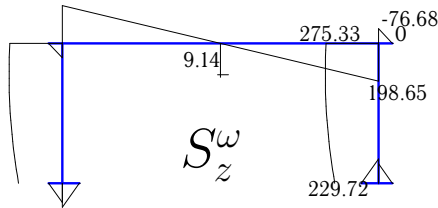
Максимальное значение на уровне центра тяжести:

$$S_{zE}^\omega = S_{zGC}^\omega + \frac{1}{2} \cdot 31.56^2 \cdot 0.1 = 279.5 \text{ см}^3.$$

$$S_{zCD}^\omega = -0.6 \cdot 4.05 \cdot 31.56 = -76.68 \text{ см}^3.$$

$$S_{zCG}^\omega = S_{zE}^\omega - \frac{1}{2} \cdot 9.14^2 \cdot 0.1 = 275.33 \text{ см}^3.$$

$$S_{zCB}^\omega = S_{zCD}^\omega + S_{zE}^\omega - \frac{1}{2} \cdot 9.14^2 \cdot 0.1 = 198.65 \text{ см}^3.$$



Эпюра секториальных статических моментов S_ω^Ω

(построение по эпюре ω_B^A .)

$$S_\omega^\Omega = \int_\Omega \omega_B^A dF = \int_s \omega_B^A \delta ds.$$

$$S_{\omega F}^\Omega = 0.$$

$$S_{\omega GF}^\Omega = -0.8 \cdot 5.05 \cdot (1402.92 + 1114.32) / 2 = -5084.82 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega GH}^\Omega = -0.8 \cdot 4.05 \cdot (1114.32 + 882.86) / 2 = -3235.43 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega GC}^\Omega = S_{\omega GF}^\Omega + S_{\omega GH}^\Omega = -8320.24 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega CG}^\Omega = S_{\omega GC}^\Omega - \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 1114.32 \cdot (40.7 - 16.45) + \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 755.85 \cdot 16.45 = -9049.72 \text{ см}^5.$$

Экстремальное значение:

$$S_{\omega K}^\Omega = S_{\omega GC}^\Omega - \frac{1}{2} \cdot 1114.32 \cdot 24.25 \cdot 0.1 = -9671.38 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega CD}^\Omega = 0.6 \cdot 4.05 \cdot 755.85 = 918.36 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega CB}^\Omega = S_{\omega CD}^\Omega + S_{\omega CG}^\Omega = -8131.36 \text{ см}^5.$$

$$S_{\omega B}^{\Omega} = S_{\omega CB}^{\Omega} + \frac{1}{2} \cdot 755.85 \cdot 45.95 \cdot 0.6 = 2288.02 \text{ cm}^5.$$

