

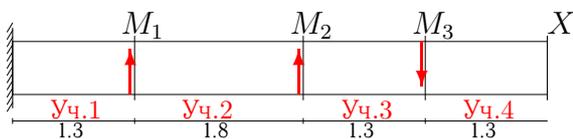
Задача 5. Расчет бруса на кручение

Дано:

$M_1 = 1200$ Нм, $M_2 = 900$ Нм, $M_3 = 1400$ Нм, $\tau_{adm} = 40$ МПа

$a = 1.3$ м, $b = 1.8$ м, $c = 1.3$ м.

К стальному валу приложены три изв. момента. Найти момент X , при котором угол поворота прав. сеч. равен нулю. Построить эпюру крут. мом., определить диаметр вала из расч. на прочн (округлить до 30,35,40,45,50,60,70,80,90,100 мм), построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания.



Решение

Моменты, действующие на участках (в Нм).

На участке 1: $-X - 1400 + 900 + 1200 = -X + 700$

На участке 2: $-X - 1400 + 900 = -X - 500$

На участке 3: $-X - 1400$

На участке 4: $-X$

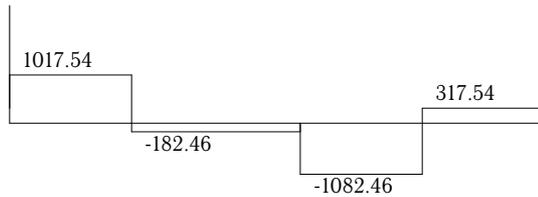
Угол поворота правого сечения (сумма углов по участкам):

$$\frac{700-X}{JG} \cdot 1.3 + \frac{-500-X}{JG} \cdot 1.8 + \frac{-1400-X}{JG} \cdot 1.3 + \frac{X}{JG} \cdot 1.3 = 0.$$

(G - модуль сдвига, J_k - момент инерции). Отсюда найдем X :

$$X = \frac{+700 \cdot 1.3 - 500 \cdot 1.8 - 1400 \cdot 1.3}{1.3 + 1.8 + 1.3 + 1.3} = \frac{-1810}{5.7} = -317.54 \text{ Нм.}$$

Эпюра закручивающих моментов (Нм)



Максимальный момент $M = 1082.46$ Нм на участке 3.

Подберем размер сечения (диаметр d , в см.) из условия прочности

$$W_x > \frac{|M_{max}|}{\tau_{adm}}$$

Для круглого сечения момент сопротивления $W_x = \pi d^3/16$.

Отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{max}| \cdot 10^6}{\pi \tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^6 \cdot 1082.46}{\pi \cdot 40 \cdot 10^6}} = 5.16 \text{ см.}$$

Округляем $d = 50$ мм.

Определим относительные углы закручивания на каждом участке

$$\theta = \frac{M_x}{GJ_k}$$

Момент инерции для круглого сечения

$$J_k = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi 5^4}{32} = 61.36 \text{ см}^4.$$

Для стали модуль сдвига примем $G = 8.5 \cdot 10^4$ МПа.

Относительные углы закручивания:

$$\theta_1 = 1017.54 / (8.5 \cdot 10^{10} \cdot 61.36 \cdot 10^{-8}) = 1.95 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_2 = -182.46 / (8.5 \cdot 10^{10} \cdot 61.36 \cdot 10^{-8}) = -0.35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_3 = -1082.46 / (8.5 \cdot 10^{10} \cdot 61.36 \cdot 10^{-8}) = -2.08 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

$$\theta_4 = 317.54 / (8.5 \cdot 10^{10} \cdot 61.36 \cdot 10^{-8}) = 0.6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}},$$

Максимальный относительный угол $\theta_{max} = 2.08 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}}$.

Углы закручивания вычисляем по формуле

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + l_i \theta_i, \quad (i = 1 \dots 4).$$

В месте закрепления $\varphi_0 = 0$,

$$\varphi_1 = +1.95 \cdot 1.3 \cdot 10^{-2} = 2.54 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - 0.35 \cdot 1.8 \cdot 10^{-2} = 1.9 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - 2.08 \cdot 1.3 \cdot 10^{-2} = -0.8 \cdot 10^{-2},$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + 0.6 \cdot 1.3 \cdot 10^{-2} = 0.$$

Эпюра углов закручивания (рад)

