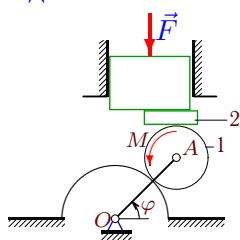


Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

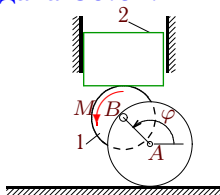
Кирсанов М.Н. **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

Задача 30.61.



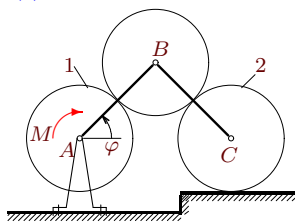
Диск радиусом r массы m_1 катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом R и находится в зацеплении с бруском массой m_2 , скользящим по нижней грани прессы, движущегося вертикально. К диску радиуса r приложен момент M , к прессу — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.62.



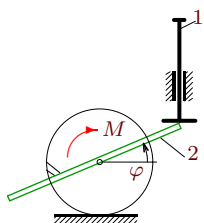
На ободе диска A радиусом R шарнирно закреплен диск B радиусом r массы m_1 . Диск A катится по горизонтальной поверхности, диск B — по нижней поверхности вертикально перемещающегося поршня массой m_2 . К диску B приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска A φ .

Задача 30.63.



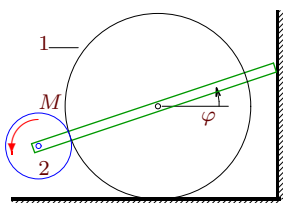
Оси цилиндров A , B и C радиусами R , находящиеся в зацеплении, соединены двухзвенником ABC . Цилиндр A , ось которого неподвижна, имеет массу m_1 , цилиндр C — m_2 . К цилиндру A приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AB φ .

Задача 30.64.

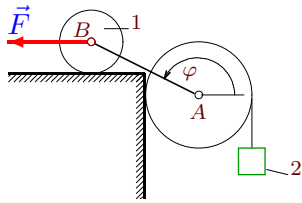


Шток массой m_1 свободно движется в вертикальных направляющих. Стержень массой m_2 , жестко скрепленный с цилиндром, скользит одним концом по нижней поверхности штока. К цилиндру приложен момент M . Радиус цилиндра R , длина стержня $2a$. Центр стержня соединен с центром цилиндра. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

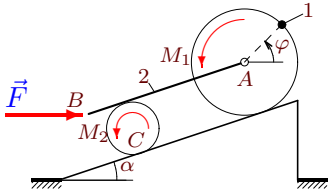
Задача 30.65.



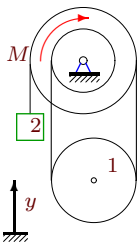
На оси цилиндра радиусом R массой m_1 шарнирно закреплен стержень длиной L , скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом r , катящийся по внешней поверхности цилиндра. К диску приложен момент M . Качение цилиндра по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса диска m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.66.

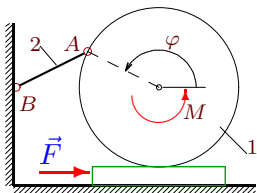
Ось невесомого диска A , без проскальзывания катящегося по вертикальной стенке, соединена стержнем AB длиной L с диском B радиусом R массой m_1 . Груз с массой m_2 висит на вертикальной нити, навитой на диск A . Горизонтальная сила F приложена к оси диска B . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.67.

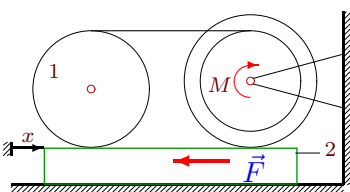
Два цилиндра катятся по плоскости, наклоненной под углом α . Точка массой m_1 расположена на ободе невесомого цилиндра A радиусом R . Стержень AB массой m_2 лежит на невесомом цилиндре C радиуса $R/2$. Момент M_1 приложен к цилиндру A , момент M_2 — к цилиндру C , горизонтальная сила F — к стержню. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота φ цилиндра A .

Задача 30.68.

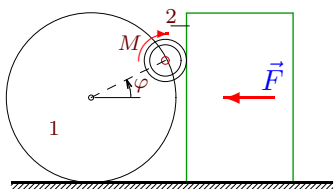
Нить, навитая на внутренний (радиус r) и внешний (радиус R) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра m_1 , радиус $(R + r)/2$, нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой m_2 . Момент M приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту оси цилиндра y .

Задача 30.69.

Точка A обода диска радиусом R соединена стержнем длиной R с неподвижным шарниром B , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса диска m_1 , масса стержня — m_2 . Момент M приложен к диску, горизонтальная сила F — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

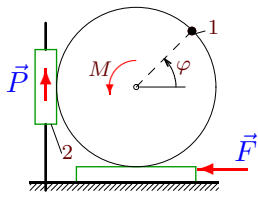
Задача 30.70.

Цилиндр массой m_1 катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. По этому же бруску катится и блок (внешний радиус R , внутренний — r) с неподвижной осью. Цилиндр и блок огибает горизонтальная нить. Масса бруска m_2 . На блок действует момент M , на брусок — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять координату x бруска.

Задача 30.71.

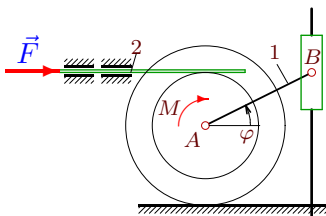
Цилиндр радиусом R массой m_1 катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободе цилиндра закреплена ось колеса радиусом r , катящегося по боковой поверхности груза. Масса бруска m_2 . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила F , к колесу — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.72.



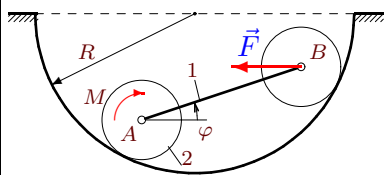
Цилиндр радиусом R катится без проскальзывания по горизонтальной пластине, расположенной на гладкой поверхности, и по боковой грани муфты, надетой на гладкую вертикальную стойку. На ободе цилиндра закреплена точка массой m_1 . Масса муфты m_2 . К пластине приложена горизонтальная сила F , к муфте — вертикальная сила P , к цилиндру — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.73.



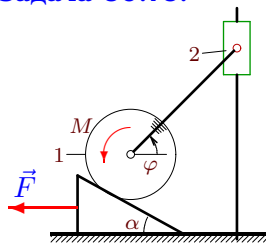
Своим внешним ободом блок (радиусы R и r) катится по горизонтальной поверхности. Муфта, надетая на гладкий вертикальный стержень, соединена с осью блока стержнем AB длиной L . Шток, скользящий в горизонтальных направляющих, находится в зацеплении с внутренним радиусом блока. Масса стержня m_1 , штока — m_2 . К штоку приложена горизонтальная сила F , к блоку — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.74.



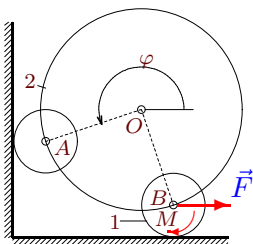
Оси цилиндров одинакового радиуса r соединены стержнем $AB = 3r\sqrt{2}$ массой m_1 . Цилиндры катятся по поверхности радиуса $R = 4r$. Масса цилиндра A равна m_2 . К оси B приложена горизонтальная сила F , к цилиндру A — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.75.



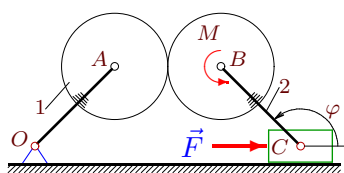
Цилиндр радиуса R опирается без проскальзывания на подвижную призму. Цилиндр жестко соединен со стержнем длиной L , шарнирно связанным с ползуном. Ползун движется по вертикальной направляющей. Масса цилиндра равна m_1 , масса ползуна — m_2 . К призме приложена горизонтальная сила F , к цилиндру — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.76.



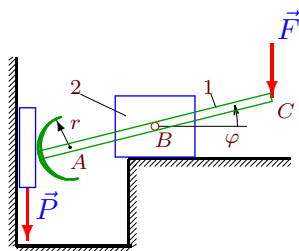
Оси цилиндров одинакового радиуса r расположены на ободе диска радиуса $R = 4r$, $AO \perp BO$. Цилиндр 1 массой m_1 катится по горизонтальной плоскости, другой цилиндр — по вертикальной. Масса диска m_2 . К оси цилиндра 1 приложена горизонтальная сила F . Момент M приложен к цилиндру. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.77.



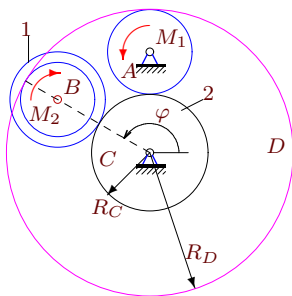
Два диска одинакового радиуса R жестко закреплены на стержня x длиной L . В точке контакта дисков проскальзывания нет, $AB \parallel OC$. К ползуну приложена горизонтальная сила F , к диску B — момент M . Масса диска A равна m_1 , стержня BC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.78.



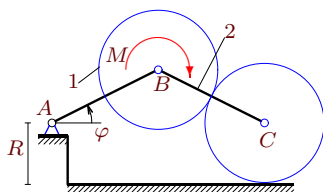
К концу стержня длиной $2L$ и массой m_1 жестко прикреплен полуцилиндр радиуса r , массой которого пренебречь. Движение стержня, закрепленного шарниром B в центре массы на грузе, приводит к перемещению бруска, гладкой стороной прижатого к вертикальной плоскости. К концу стержня приложена сила F , к бруску — P . Масса груза — m_2 . Качение полуцилиндра по бруску происходит без сопротивления и проскальзывания. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.79.



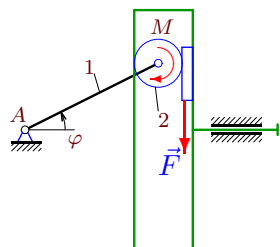
Цилиндр A с неподвижной осью находится в зацеплении с цилиндром C и внутренней поверхностью трубы D . Труба и цилиндр C вращаются на одной горизонтальной оси в разные стороны. Блок B катится без сопротивления и проскальзывания большим радиусом по цилиндру C и меньшим по внутренней поверхности трубы D . К цилиндру A приложен момент M_1 , к блоку — M_2 . Масса блока — m_1 , момент инерции блока J_B . Масса цилиндра C — m_2 . Даны радиусы цилиндра R_C , трубы R_D и меньший радиус блока r_B . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра C φ .

Задача 30.80.



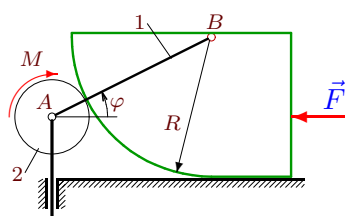
Два цилиндра одинакового радиуса R находятся в зацеплении. Цилиндр C катится по горизонтальной плоскости. Стержни AB и BC одинаковой длины шарнирно соединены на оси B . К цилиндру B приложен момент M . Масса цилиндра B — m_1 , стержня BC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AB φ .

Задача 30.81.



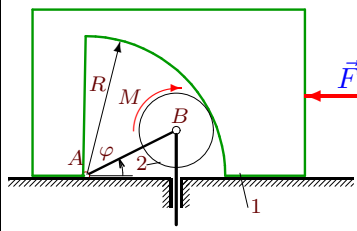
Цилиндр, шарнирно закрепленный на кривошипе длиной L , катится без проскальзывания по внутренней поверхности корпуса кулисы, увлекая в движение пластину, с которой он находится в зацеплении. Пластина скользит по корпусу без сопротивления. К цилиндру приложен момент M , к пластине — вертикальная сила F . Масса кривошипа — m_1 , цилиндра — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.82.



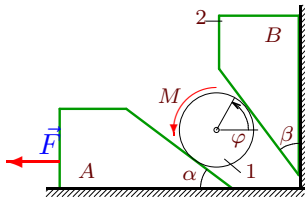
Диск радиуса r , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиуса R боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень AB длиной $R + r$ соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент M , к грузу — сила F . Масса стержня — m_1 , диска — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.83.



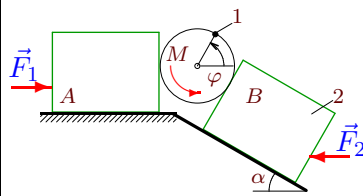
Груз массой m_1 , имеющий вырез цилиндрической формы радиуса R , скользит по горизонтальной поверхности. Диск радиуса r , закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по поверхности выреза. Центр диска шарнирно закреплен на стержне AB длиной $R - r$. К диску приложен момент M , к грузу — сила F . Масса диска — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.84.



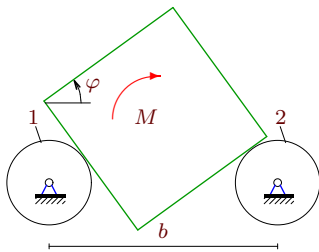
Призма A скользит по горизонтальной плоскости, призма B — по вертикальной. Цилиндр радиуса r , зажатый призмами, катится без проскальзывания по их граням. Масса цилиндра равна m_1 , призма B — m_2 . К диску приложен момент M , к призме A — сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.85.



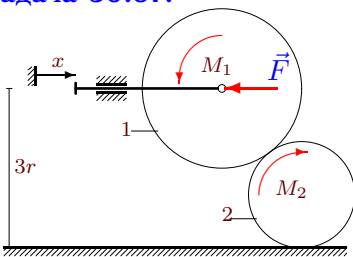
Груз A скользит по горизонтальной плоскости, B — по наклонной. Невесомый цилиндр радиуса r , зажатый между ними, катится без проскальзывания по их граням. На ободе цилиндра находится точка массой m_1 . Масса груза B равна m_2 . К диску приложен момент M , к грузам — горизонтальные силы F_1 и F_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.86.



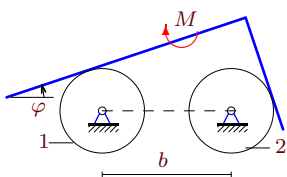
Невесомая квадратная пластина со стороной a опирается без проскальзывания на два диска радиусов R с неподвижными осями. Расстояние между осями, находящимися на одной высоте, равно b . Массы дисков m_1 и m_2 . К пластине приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота пластины φ .

Задача 30.87.



Цилиндр радиуса r катится по неподвижной поверхности и находится в зацеплении с цилиндром радиуса $R = 1.5r$, закрепленным шарнирно на горизонтальном штоке. К цилиндрам приложены моменты M_1 и M_2 , к штоку — горизонтальная сила F . Масса верхнего цилиндра равна m_1 , масса нижнего цилиндра — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение штока x .

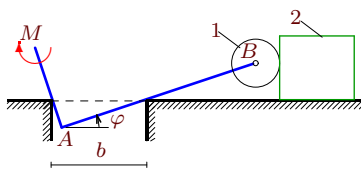
Задача 30.88.



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается без проскальзывания на два диска радиусов R с неподвижными осями. Расстояние между осями, находящимися на одной высоте, равно b . Массы дисков m_1 и m_2 . К уголку приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.89.

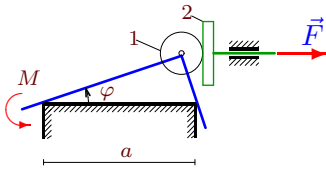
1



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкие опоры. Диск радиуса r , закрепленный на конце стержня длиной $AB = a$, катится по боковой поверхности груза, скользящего по гладкой плоскости. К уголку приложен момент M . Масса диска равна m_1 , груза — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.90.

1



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкую опору. Диск радиуса r , закрепленный на шарнире в угловой точке, катится по поверхности поршня, скользящего в горизонтальных направляющих. Масса диска равна m_1 , поршня — m_2 . К уголку приложен момент M , к поршню — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .