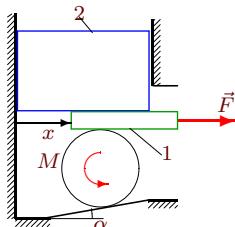


## Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

*Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.300.)*

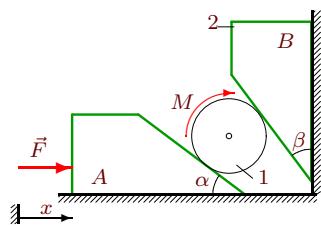
### Задача 30.35.



776

Между диском радиусом  $R$  и прессом зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса. Диск катится по наклонной ( $\alpha$ ) поверхности. Масса пластины  $m_1$ , пресса —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта диска отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять горизонтальное перемещение пластины  $x$ .

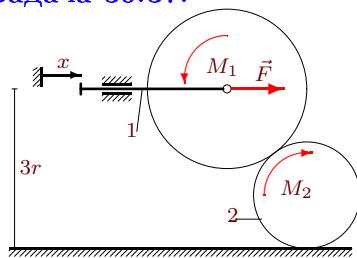
### Задача 30.36.



776

Призма  $A$  скользит по горизонтальной плоскости, призма  $B$  — по вертикальной. Цилиндр радиусом  $r$ , зажатый призмами, катится без проскальзывания по их граням. Масса цилиндра равна  $m_1$ , призмы  $B$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме  $A$  — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

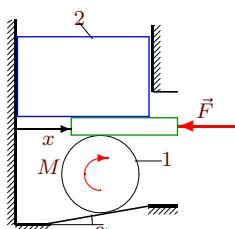
### Задача 30.37.



776

Цилиндр радиусом  $r$  катится по неподвижной поверхности и находится в зацеплении с цилиндром радиусом  $R = 1.5r$ , закрепленным шарнирно на горизонтальном штоке. К цилиндрам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ , к штоку — горизонтальная сила  $F$ . Масса штока равна  $m_1$ , масса нижнего цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение штока  $x$ .

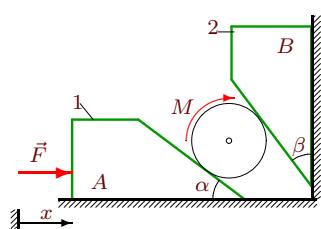
### Задача 30.38.



776

Между диском радиусом  $R$  и прессом зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса. Диск катится по наклонной ( $\alpha$ ) поверхности. Масса диска  $m_1$ , пресса —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта диска отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять горизонтальное перемещение пластины  $x$ .

### Задача 30.39.

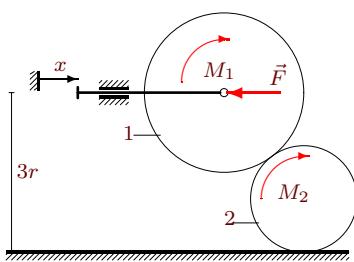


776

Призма  $A$  скользит по горизонтальной плоскости, призма  $B$  — по вертикальной. Цилиндр радиусом  $r$ , зажатый призмами, катится без проскальзывания по их граням. Масса призмы  $A$  равна  $m_1$ , призмы  $B$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме  $A$  — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.40.**

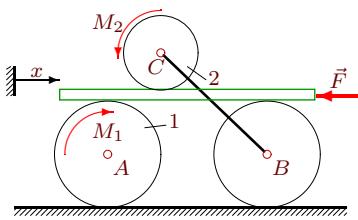
776



Цилиндр радиусом  $r$  катится по неподвижной поверхности и находится в зацеплении с цилиндром радиусом  $R = 1.5r$ , закрепленным шарнирно на горизонтальном штоке. К цилиндрам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ , к штоку — горизонтальная сила  $F$ . Масса верхнего цилиндра равна  $m_1$ , масса нижнего цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение штока  $x$ .

**Задача 30.41.**

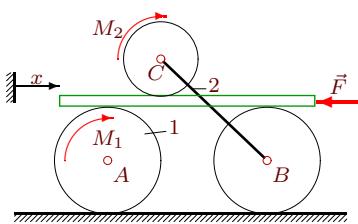
776



Тонкая пластина лежит на двух цилиндрах  $A$  и  $B$  одинакового радиуса  $R$ . Ось одного цилиндра соединена стержнем  $BC$  с осью диска радиуса  $r$ , катящегося по пластине. К цилинду приложен момент  $M_1$ , к диску —  $M_2$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $A$  равна  $m_1$ , масса диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение пластины  $x$ .

**Задача 30.42.**

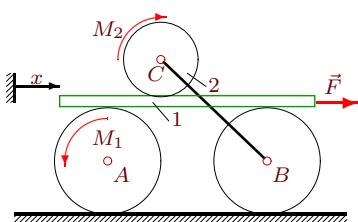
776



Тонкая пластина лежит на двух цилиндрах  $A$  и  $B$  одинакового радиуса  $R$ . Ось одного цилиндра соединена стержнем  $BC$  с осью диска радиуса  $r$ , катящегося по пластине. К цилинду приложен момент  $M_1$ , к диску —  $M_2$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $A$  равна  $m_1$ , масса стержня  $BC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение пластины  $x$ .

**Задача 30.43.**

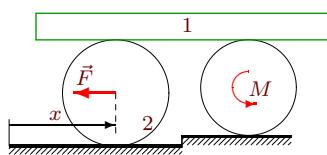
776



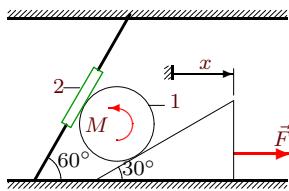
Тонкая пластина лежит на двух цилиндрах  $A$  и  $B$  одинакового радиуса  $R$ . Ось одного цилиндра соединена стержнем  $BC$  с осью диска радиуса  $r$ , катящегося по пластине. К цилинду приложен момент  $M_1$ , к диску —  $M_2$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Масса пластины равна  $m_1$ , масса диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение пластины  $x$ .

**Задача 30.44.**

776

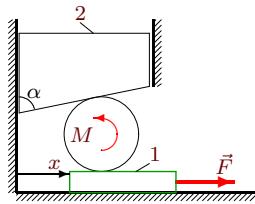


Брускок массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилинду приложен момент  $M$ , к оси другого — сила  $F$ . Масса цилиндра большего радиуса равна  $m_2$ . Проскальзывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.45.**

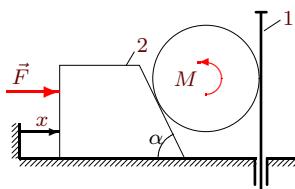
776

Цилиндр радиусом  $R$  зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , муфты —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.46.**

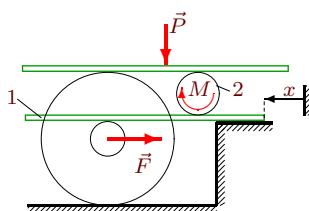
776

Цилиндр радиусом  $R$  прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины  $x$ .

**Задача 30.47.**

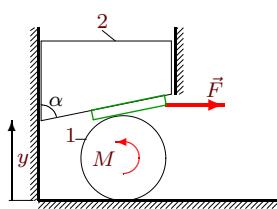
776

Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса призмы  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.48.**

776

Блок из двух цилиндров (радиусы ободов  $r_0$  и  $R_0$ ) катится по горизонтальной поверхности. На обод меньшего радиуса опирается без проскальзывания горизонтальная пластина, скользящая правым концом по неподвижной опоре. Другая горизонтальная пластина опирается без проскальзывания на обод большего радиуса и на вал радиусом  $r_1$ , катящийся по нижней пластине. К оси блока приложена горизонтальная сила  $F$ , к верхней пластине — вертикальная сила  $P$ , к валу — момент  $M$ . Масса нижней пластины равна  $m_1$ , вала —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение нижней пластины  $x$ .

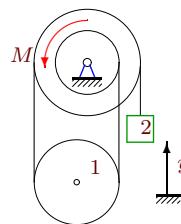
**Задача 30.49.**

776

Между цилиндром радиусом  $R$  и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пресса  $y$ .

**Задача 30.50.**

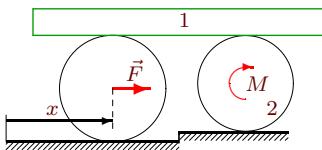
776



Нить, навитая на внутренний (радиус  $r$ ) и внешний (радиус  $R$ ) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с движущейся осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус  $(R+r)/2$ , нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту груза  $y$ .

**Задача 30.51.**

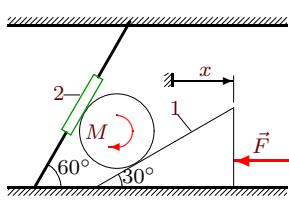
776



Брусков массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилиндру массой  $m_2$  приложен момент  $M$ , к оси другого — сила  $F$ . Проскальзывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.52.**

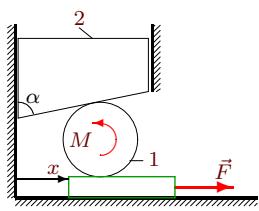
776



Цилиндр радиусом  $R$  зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса призмы  $m_1$ , муфты —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.53.**

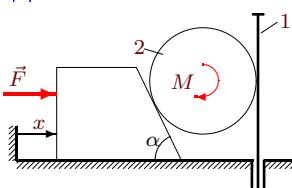
776



Цилиндр радиусом  $R$  прижимается скосенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины  $x$ .

**Задача 30.54.**

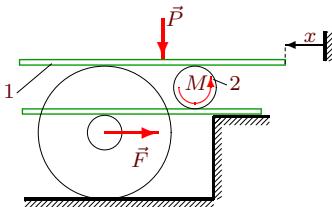
776



Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса цилиндра  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

### Задача 30.55.

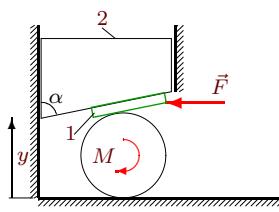
776



Блок из двух цилиндров (радиусы ободов  $r_0$  и  $R_0$ ) катится по горизонтальной поверхности. На обод меньшего радиуса опирается без проскальзывания горизонтальная пластина, скользящая правым концом по неподвижной опоре. Другая горизонтальная пластина опирается без проскальзывания на обод большего радиуса и на вал радиусом  $r_1$ , катящийся по нижней пластине. К оси блока приложена горизонтальная сила  $F$ , к верхней пластине — вертикальная сила  $P$ , к валу — момент  $M$ . Масса верхней пластины равна  $m_1$ , вала —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение верхней пластины  $x$ .

### Задача 30.56.

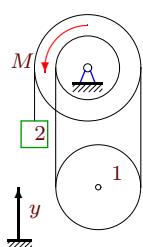
776



Между цилиндром радиусом  $R$  и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилинду приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пресса  $y$ .

### Задача 30.57.

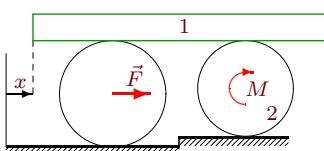
776



Нить, навитая на внутренний (радиус  $r$ ) и внешний (радиус  $R$ ) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус  $(R+r)/2$ , нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту оси цилиндра  $y$ .

### Задача 30.58.

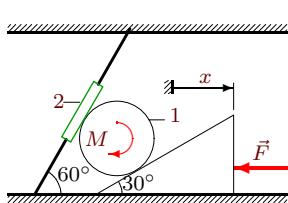
776



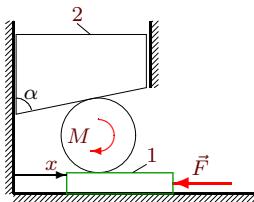
Брускок массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилинду массой  $m_2$  приложен момент  $M$ , к оси другого — сила  $F$ . Проскальзывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

### Задача 30.59.

776

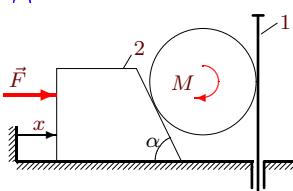


Цилиндр радиусом  $R$  зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , муфты —  $m_2$ . К цилинду приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.60.**

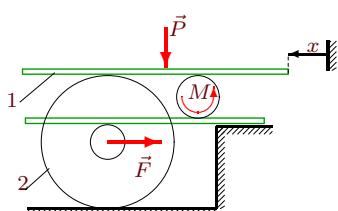
776

Цилиндр радиусом  $R$  прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины  $x$ .

**Задача 30.61.**

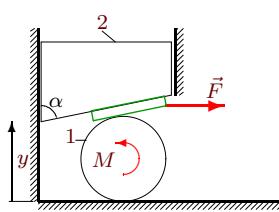
776

Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса призмы  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.62.**

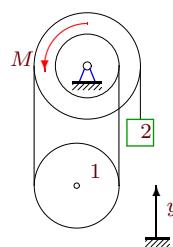
776

Блок из двух цилиндров (радиусы ободов  $r_0$  и  $R_0$ ) катится по горизонтальной поверхности. На обод меньшего радиуса опирается без проскальзывания горизонтальная пластина, скользящая правым концом по неподвижной опоре. Другая горизонтальная пластина опирается без проскальзывания на обод большего радиуса и на вал радиусом  $r_1$ , катящийся по нижней пластине. К оси блока приложена горизонтальная сила  $F$ , к верхней пластине — вертикальная сила  $P$ , к валу — момент  $M$ . Масса верхней пластины равна  $m_1$ , блока —  $m_2$ . Момент инерции блока  $J_0$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение верхней пластины  $x$ .

**Задача 30.63.**

776

Между цилиндром радиусом  $R$  и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пресса  $y$ .

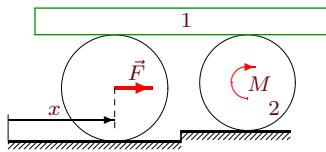
**Задача 30.64.**

776

Нить, навитая на внутренний (радиус  $r$ ) и внешний (радиус  $R$ ) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус  $(R+r)/2$ , нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту оси цилиндра  $y$ .

**Задача 30.65.**

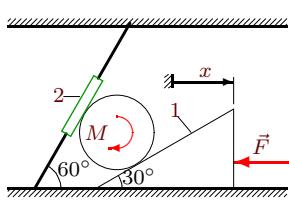
776



Брускок массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилиндру массой  $m_2$  приложен момент  $M$ , к оси другого — сила  $F$ . Проскальзывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.66.**

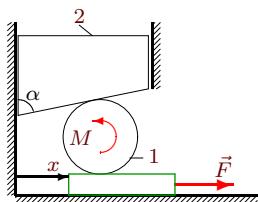
776



Цилиндр радиусом  $R$  зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса призмы  $m_1$ , муфты —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

**Задача 30.67.**

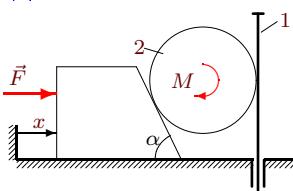
776



Цилиндр радиусом  $R$  прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины  $x$ .

**Задача 30.68.**

776



Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса цилиндра  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .