

Задача 1

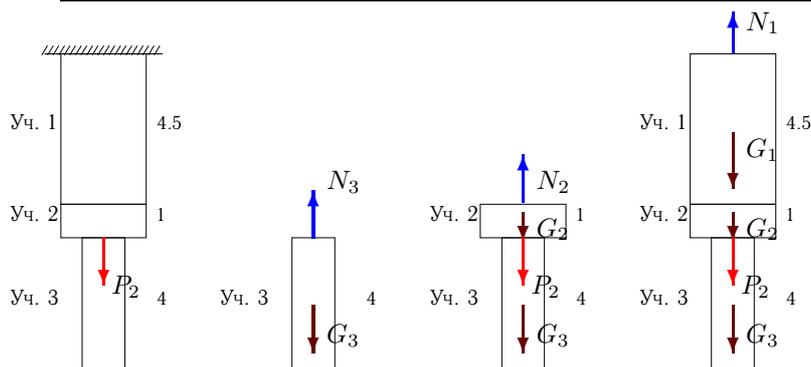
Дано:

$$F = 14 \text{ см}^2, F_1 = 2F, F_2 = 2F, F_3 = F, P_2 = 2.4 \text{ кН}, \gamma = 77 \text{ кН/м}^3,$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, a = 4.5 \text{ м}, b = 1 \text{ м}, c = 4 \text{ м}.$$

Стальной стержень находится под действием силы P и собственного веса.

Найти перемещение конца стержня



Решение

Усилия по участкам (без учета собственного веса)

$$N_3 = 0 \text{ кН},$$

$$N_2 = N_3 + 2.4 = 2.4 \text{ кН},$$

$$N_1 = N_2 = 2.4 \text{ кН},$$

Вычисляем веса участков:

$$G_1 = \gamma \cdot a \cdot F_1 = 77 \cdot 1000 \cdot 4.5 \cdot 28 \cdot 10^{-4} = 970.2 \text{ Н}.$$

$$G_2 = \gamma \cdot b \cdot F_2 = 77 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 28 \cdot 10^{-4} = 215.6 \text{ Н}.$$

$$G_3 = \gamma \cdot c \cdot F_3 = 77 \cdot 1000 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 10^{-4} = 431.2 \text{ Н}.$$

Усилия по концам участков (с учетом собственного веса, N^* – нижний конец)

$$N_3^* = 0,$$

$$N_3 = 0 + 431.2 = 431.2 \text{ Н} = 0.43 \text{ кН},$$

$$N_2^* = 2400 + 431.2 = 2831.2 \text{ Н} = 2.83 \text{ кН},$$

$$N_2 = 2400 + 431.2 + 215.6 = 3046.8 \text{ Н} = 3.05 \text{ кН},$$

$$N_1^* = 2400 + 431.2 + 215.6 = 3046.8 \text{ Н} = 3.05 \text{ кН},$$

$$N_1 = 2400 + 431.2 + 215.6 + 970.2 = 4017 \text{ Н} = 4.02 \text{ кН},$$

Напряжения ($\sigma = \frac{N}{F}$) по концам участков (с учетом собственного веса, σ^* – нижний конец)

$$\sigma_3^* = 0,$$

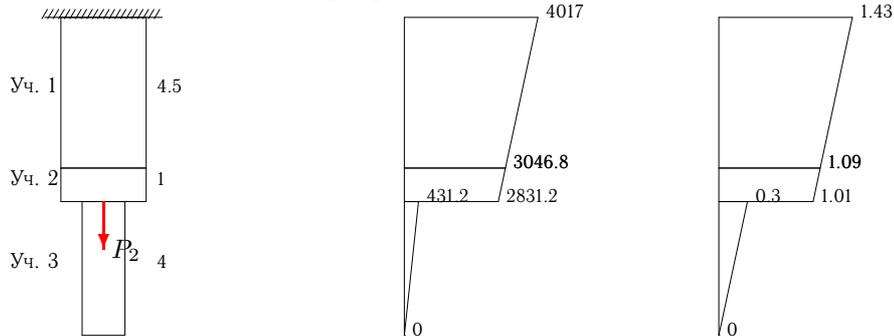
$$\sigma_3 = \frac{431.2}{14 \cdot 10^{-4}} = 308000 \text{ Н/м}^2 = 0.3 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2^* = \frac{2831.2}{28 \cdot 10^{-4}} = 1011142 \text{ Н/м}^2 = 1.01 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2 = \frac{3046.8}{28 \cdot 10^{-4}} = 1088142. \text{Н/м}^2 = 1.09 \text{ МПа},$$

$$\sigma_1^* = \frac{3046.8}{28 \cdot 10^{-4}} = 1088142. \text{Н/м}^2 = 1.09 \text{ МПа},$$

$$\sigma_1 = \frac{4017}{28 \cdot 10^{-4}} = 1434642. \text{Н/м}^2 = 1.43 \text{ МПа},$$



На основании принципа независимости действия сил полное перемещение равно сумме перемещений от действия силы P и от собств. веса.

Удлинения участков от действия силы P

$$\delta_{P_1} = \frac{l_1 N_1}{EF_1} = \frac{2.4 \cdot 4.5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 28 \cdot 10^{-4}} = 192.86 \cdot 10^{-4} \text{ м},$$

$$\delta_{P_2} = \frac{l_2 N_2}{EF_2} = \frac{2.4 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 28 \cdot 10^{-4}} = 42.86 \cdot 10^{-4} \text{ м},$$

$$\delta_{P_3} = 0,$$

Общее удлинение стержня от силы P

$$\delta_P = (192.86 + 42.86) \cdot 10^{-7} = 235.71 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Удлинения участков от действия собственного веса

$$\delta_{G_1} = \frac{l_1}{EF_1} (G_2 + G_3 + \frac{1}{2}G_1) = \frac{4.5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 28 \cdot 10^{-4}} (215.6 + 431.2 + \frac{1}{2}970.2) = 90.96 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

$$\delta_{G_2} = \frac{l_2}{EF_2} (G_3 + \frac{1}{2}G_2) = \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 28 \cdot 10^{-4}} (431.2 + \frac{1}{2}215.6) = 9.63 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

$$\delta_{G_3} = \frac{l_3}{EF_3} (\frac{1}{2}G_3) = \frac{4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 14 \cdot 10^{-4}} (\frac{1}{2}431.2) = 30.8 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Общее удлинение стержня от собственного веса

$$\delta_G = (90.96 + 9.63 + 30.8) \cdot 10^{-7} = 131.38 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Суммарное удлинение стержня

$$\delta = \delta_P + \delta_G = (235.71 + 131.38) \cdot 10^{-7} = 367.1 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$