

Задачи аналитической геометрии в пространстве

Задача. Найти уравнение прямой, проходящей через начало координат, параллельной плоскости $7x + 10y + 14z + 4 = 0$ и перпендикулярной прямой $x/1 = y/2 = z/3$.

Решение

Если прямая параллельна плоскости, то она перпендикулярна нормали к плоскости, т.е. вектору $\vec{b} = (7, 10, 14)$. Кроме того эта прямая перпендикулярна вектору $\vec{c} = (1, 2, 3)$, лежащему на заданной прямой. Ищем вектор \vec{a} , перпендикулярный \vec{b} и \vec{c} . Для этого находим векторное произведение

$$\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 10 & 14 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ -7 \\ 4 \end{vmatrix}$$

В общем случае уравнение прямой, на которой лежит этот вектор имеет вид

$$\frac{x - x_1}{2} = \frac{y - y_1}{-7} = \frac{z - z_1}{4},$$

где (x_1, y_1, z_1) — точка на прямой. Так как искомая прямая проходит через начало координат $(0, 0, 0)$, то ее уравнение имеет вид

$$x/2 = -y/7 = z/4.$$

