

## Дифференциальное уравнение движения точки

### Задача D2.1.

1

Тормозной путь автомобиля на горизонтальной дороге при скорости  $v_0$  составляет  $S$ . Чему равен тормозной путь этого автомобиля при той же скорости на спуске  $\alpha$ ? Коэффициент трения считать постоянным.

### Задача D2.2.

1

Автомобиль массой  $m$  тормозит, двигаясь по горизонтальной прямой. Сила сопротивления воздуха зависит от скорости  $R_c = kv$ , коэффициент трения  $f$ . За какое время скорость автомобиля уменьшится с  $v_0$  до  $v_1$ ?

### Задача D2.3.

1

На автомобиль, который тормозит, двигаясь по горизонтальной прямой, действует сила сопротивления воздуха, зависящая от скорости,  $R_c = kv$ . Какой путь пройдет автомобиль, прежде чем его скорость уменьшится с  $v_0$  до  $v_1$ ? Коэффициент трения  $f$ , масса автомобиля  $m$ .

### Задача D2.4.

1

Материальная точка массой  $m$  движется по криволинейной траектории под действием постоянной по величине равнодействующей силы  $Q$ . Найти скорость точки в момент, когда радиус кривизны траектории  $\rho$  и угол между силой  $Q$  и вектором скорости  $\alpha$ .

### Задача D2.5.

1

Материальная точка массой  $m$  движется из состояния покоя по гладкой криволинейной направляющей, расположенной в горизонтальной плоскости, под действием силы  $F = Q \sin kt$ . Определить скорость точки в момент времени  $t$ . Сила образует постоянный угол  $\alpha$  с вектором скорости.

### Задача D2.6.

1

В сухую погоду автомобиль проходит закругление на дороге на предельной скорости  $v_1$ . Найти предельную скорость прохождения этого же поворота после дождя, когда коэффициент трения уменьшается в 4 раза. Считать, что автомобиль не опрокидывается.

### Задача D2.7.

1

Материальная точка массой  $m$  движется из состояния покоя по гладкой направляющей радиуса  $R$ , расположенной в горизонтальной плоскости, под действием силы  $Q$ . Определить реакцию направляющей через время  $t$ . Вектор силы направлен внутрь вогнутости окружности и образует постоянный угол  $\alpha$  с вектором скорости.

**Задача D2.8.**

1

Сила сопротивления воды при движении катера пропорциональна скорости  $R_c = k_1 v$ . При этом максимальная скорость катера  $v_{max}$ . Найти предельную скорость этого же катера, если бы сила сопротивления зависела от квадрата скорости  $R_c = k_2 v^2$ .

**Задача D2.9.**

1

Автомобиль массой  $m$  разгоняется до некоторой скорости за время  $t_1$ . Сила сопротивления пропорциональна скорости  $R_c = kv$ . Чему будет равно время разгона до той же скорости при отсутствии сопротивления?

**Задача D2.10.**

1

Автомобиль массой  $m$  разгоняется до некоторой скорости за время  $t_1$ . Сила сопротивления пропорциональна скорости  $R_c = kv$ . Чему будет равно время разгона, если силу тяги автомобиля увеличить вдвое?

**Задача D2.11.**

1

Теплоход массой  $m$  после выключения двигателя движется со скоростью  $v_0$ . Сопротивление воды пропорционально квадрату скорости и равно  $R$  при скорости 1 м/с. Какое расстояние пройдет теплоход, прежде чем его скорость уменьшится вдвое?

**Задача D2.12.**

1

Катер массой  $m$  после остановки двигателя движется со скоростью  $v_0$ . Сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости и равна  $R$  при скорости 1 м/с. За какое время скорость катера уменьшится до  $v_1$  ?

**Задача D2.13.**

1

Автомобиль начинает движение из состояния покоя по окружности радиуса  $R$  с постоянным ускорением  $a$ . Коэффициент трения  $f$ . Через какое время автомобиль соскользнет с окружности?

**Задача D2.14.**

1

Определить угол наклона ствола орудия к горизонту, если максимальная высота траектории  $H$ , начальная скорость снаряда  $v_0$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

**Задача D2.15.**

1

Автомобиль массой  $m$ , имея скорость  $v_0$ , начинает тормозить. Сила торможения пропорциональна скорости и в момент начала торможения равна  $R$ . Найти тормозной путь автомобиля.

**Задача D2.16.**

1

Тепловоз массой  $m$ , имея скорость  $v_0$ , начинает тормозить. Сила торможения пропорциональна скорости и в момент начала торможения равна  $R$ . Через какое время скорость тепловоза уменьшится вдвое?

**Задача D2.17.**

1

С какой скоростью приземлится парашютист массой  $m$ , прыгнувший без начальной вертикальной скорости с высоты  $H$ . Сила сопротивления воздуха  $R$ .

**Задача D2.18.**

1

Самосвал без груза разгоняется с места до скорости  $v^*$  за время  $t^*$ . За какое время разгонится до той же скорости груженный самосвал, масса которого при погрузке увеличилась вдвое? Коэффициент трения  $f$ .

**Задача D2.19.**

1

За какое минимальное время автомобиль с постоянной скоростью объедет квадрат со стороной  $a$ , огибая углы по дугам окружности? Коэффициент трения  $f$ . Считать, что на поворотах возможно соскальзывание, но не опрокидывание.

**Задача D2.20.**

1

С аэростата сбросили балласт, его падение замедлилось, и через время  $\tau$  он поднялся на ту высоту, с которой сбросили балласт. Сколько времени после сброса балласта аэростат опускался? Сила сопротивления воздуха  $R = const$ , подъемная сила аэростата  $T$ , масса —  $m$ .

**Задача D2.21.**

1

Воздушный шар массой  $m_1$  падает вниз. В момент, когда скорость шара равна  $v_0$ , а ускорение  $a_0$ , сбросили балласт  $m_2$ . Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, подъемная сила равна  $F$ . Как долго после этого будет продолжаться падение шара?

**Задача D2.22.**

1

Тормозной путь автомобиля на горизонтальной дороге при скорости  $v_1$  равен  $S$ . Коэффициент трения  $f$ . Силу сопротивления воздуха считать постоянной. Чему равен тормозной путь этого автомобиля при той же скорости на спуске  $\alpha$ ?

**Задача D2.23.**

1

Аэростат массой  $M$  падает вниз с ускорением  $a$ . Сила сопротивления воздуха  $R = const$ . Какой балласт необходимо сбросить, чтобы через некоторое время аэростат поднимался вверх с тем же ускорением?

**Задача D2.24.**

1

Воздушный шар массой  $M$  падает вниз. На высоте  $H$  скорость шара равна  $v_0$ , а ускорение  $a_0$ . Какой балласт необходимо сбросить, чтобы шар мягко ( $v = 0$ ) приземлился? Силу сопротивления воздуха считать постоянной.

**Задача D2.25.**

1

Автомобиль массой  $M$  без груза разгоняется с места до скорости  $v_0$  за время  $t_1$ . За какое время разгоняется до той же скорости автомобиль с грузом  $m$ ? Сопротивление пропорционально скорости.

**Задача D2.26.**

1

Грузовик массой  $m$  имеет максимальную скорость  $v_1$  и разгоняется с места до  $v_0$  за время  $t_0$ . Чему равна средняя сила тяги грузовика? Сила сопротивления пропорциональна скорости.

**Задача D2.27.**

1

Воздушный шар массой  $m$  имеет в начале подъемную силу  $T$ . Скорость ветра  $v_1$ . За счет негерметичности оболочки шара его подъемная сила со временем равномерно уменьшается. Пролетев расстояние  $S$ , шар падает. Найти вертикальную скорость шара в момент падения.

**Задача D2.28.**

1

Автомобиль без груза разгоняется с места до скорости  $v_0$  за время  $t_1$ . Какую скорость он разовьет за то же время с грузом, составляющим 50% массы автомобиля? Коэффициент трения  $f$ .

**Задача D2.29.**

1

По мере подъема воздушного шара массой  $M$  его начальная подъемная сила  $T_0$  равномерно с высотой уменьшается за счет охлаждения воздуха в оболочке. Максимальная высота подъема  $H$ . Найти скорость шара на высоте  $H/2$ .

**Задача D2.30.**

1

Воздушный шар массой  $M$  падает вниз. В момент, когда скорость шара равна  $v_0$ , а ускорение  $a_0$ , сбросили балласт  $m$ . Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, подъемная сила  $F = const$ . На сколько метров после этого еще опустится шар?

**Задача D2.31.**

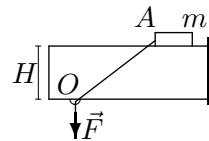
1

Воздушный шар плавно ( $v_0 = 0$ ) взлетает с ускорением  $a_0$ . По мере набора высоты  $h$  подъемная сила  $F$  шара уменьшается (за счет охлаждения и уменьшения плотности атмосферы) по закону  $F = F_0 - kh$ , где  $F_0$  и  $k$  известные константы. Чему равна скорость шара на высоте  $H$ ?

**Задача D2.32.**

1

Груз массой  $m$  начинает движение из состояния покоя по верхней горизонтальной поверхности бруска, заделанного в стену. На нижней поверхности бруска закреплено неподвижное кольцо. Нить от груза продета сквозь кольцо и натянута постоянной силой  $F$ . В начальном положении груз находился на расстоянии  $OA = L$  от кольца. Толщина бруска  $H$ . Трением и размерами груза пренебречь. Найти максимальную скорость груза.

**Задача D2.33.**

1

Материальная точка массой  $m$ , подвешенная в вязкой среде на вертикальной пружине жесткостью  $k$ , падает вниз. В положении статического равновесия пружины точка имела скорость  $v_0$ . Сила сопротивления среды зависит от квадрата скорости:  $R = cv^2$ . Найти зависимость скорости точки от координаты  $y$ , отсчитываемой от положения статического равновесия.

**D2 Ответы.****Дифференциальное уравнение движения точки**

19.09.2012

1.  $S_\alpha = v_0^2 S / (v_0^2 \cos \alpha - 2g \sin \alpha)$ .
2.  $t = (m/k) \ln((kv_0 + mgf)/(kv_1 + mgf))$ .
3.  $S = 0.5(m/k) \ln((kv_0^2 + mgf)/(kv_1^2 + mgf))$ .
4.  $v = \sqrt{Q\rho \sin \alpha / m}$ .
5.  $v = Q/(mk)(1 - \cos kt) \cos \alpha$ .
6.  $v_2 = v_1/2$ .
7.  $N_1 = (Qt \cos \alpha)^2 / (Rm) - Q \sin \alpha$ ,  $N_2 = mg$ ,  $N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$ .
8.  $v = \sqrt{k_1 v_{max} / k_2}$ .
9.  $t = (m/k)(1 - e^{-kt/m})$ .
10.  $t_2 = (m/k)(\ln 2 - \ln(1 + e^{-kt_1/m}))$ .
11.  $S = (m/R) \ln 2$ .
12.  $t = m/R(1/v_0 - 1/v_1)$
13.  $t = \sqrt{Rfg/a}$
14.  $\alpha = \arcsin(\sqrt{2gh}/v_0)$ .
15.  $S = mv_0^2/R$ .
16.  $t = (mv_0/R) \ln 2$ .
17.  $v = \sqrt{2(mg - R)H/m}$ .
18.  $t = 2v^*t^*/(v^* - fgt^*)$ .
19.  $t = 4a/v + 2v(\pi - 2\sqrt{2})/(gf)$ , если  $v^2 \leq agf\sqrt{2}/2$ ;  
 $t = 2\pi v/(fg)$ , если  $v^2 > agf\sqrt{2}/2$ .
20.  $t = \tau / (1 + \sqrt{(T + R - mg)/(T - R - mg)})$ .
21.  $t = \frac{1}{k}(m_1 - m_2) \ln(1 - kv_0/A)$ ,  $A = (m_1 - m_2)g - F$ ,  
 $k = (m_1(g - a_0) - F)/v_0$ .
22.  $S_\alpha = 0.5v_0^2/(g(f \cos \alpha - \sin \alpha) + R)$ ,  $R = 0.5v_0^2/S - gf$ .
23.  $m = 2(R + Ma)/(a + g)$ .
24.  $m = M(v_0^2 + 2a_0H)/(v_0^2 + 2gH)$ .
25.  $t_2 = t_1(1 + m/M)$ .
26.  $T = (mv_1/t_0) \ln(v_1/(v_1 - v_0))$ .
27.  $v = 0.5S(T/m - g)/v_1$ .
28.  $v = (2v_0 - gft_1)/3$ .
29.  $v = \sqrt{H(T_0 - mg)/2}$ .
30.  $\Delta h = (M - m)/k(a \ln(a/(a - kv_0) - v_0))$ ,  $k = (M(g - a_0) - F)/v_0$ .
31.  $v = \sqrt{2a_0H + kH^2(a_0 - g)/F_0}$ .
32.  $v = \sqrt{2F(L - H)/m}$ .
33.  $v = \sqrt{(k/c)(m/(2c) - y) + e^{-2cy/m}(v_0^2 - km/(2c^2))}$ .