

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

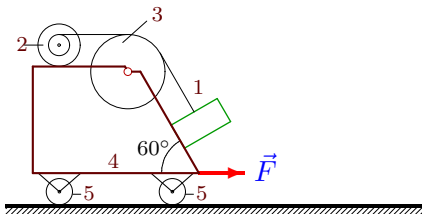
$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в $\text{м}/\text{с}^2$.

Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача D10.1.

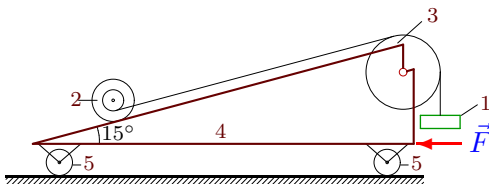
10



$m_1 = 15$ кг,
$R_2 = 32$ см,
$r_2 = 16$ см,
$R_3 = 56$ см,
$i_2 = 28$ см,
$R_5 = 57$ см,
$m_2 = 3$ кг,
$m_3 = 18$ кг,
$m_4 = 1$ кг,
$m_5 = 2$ кг,
$F = 11$ Н.

Задача D10.2.

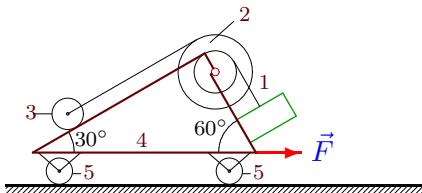
10



$m_1 = 15$ кг,
$R_2 = 16$ см,
$r_2 = 8$ см,
$R_3 = 28$ см,
$i_2 = 15$ см,
$R_5 = 29$ см,
$m_2 = 6$ кг,
$m_3 = 27$ кг,
$m_4 = 2$ кг,
$m_5 = 5$ кг,
$F = 34$ Н.

Задача D10.3.

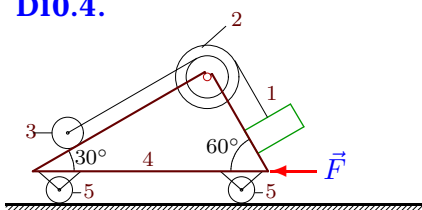
10



$m_1 = 6$ кг,
$R_2 = 56$ см,
$r_2 = 32$ см,
$R_3 = 24$ см,
$i_2 = 45$ см,
$R_5 = 25$ см,
$m_2 = 3$ кг,
$m_3 = 13$ кг,
$m_4 = 1$ кг,
$m_5 = 6$ кг,
$F = 19$ Н.

Задача D10.4.

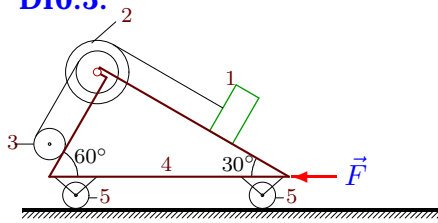
10



$m_1 = 6$ кг,
$R_2 = 48$ см,
$r_2 = 32$ см,
$R_3 = 24$ см,
$i_2 = 41$ см,
$R_5 = 25$ см,
$m_2 = 3$ кг,
$m_3 = 13$ кг,
$m_4 = 1$ кг,
$m_5 = 5$ кг,
$F = 24$ Н.

Задача D10.5.

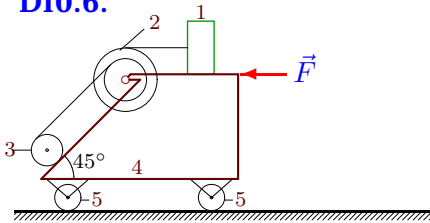
10



$R_2 = 48 \text{ см,}$	$m_1 = 15 \text{ кг,}$
$r_2 = 32 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 24 \text{ см,}$	$m_3 = 19 \text{ кг,}$
$i_2 = 43 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 25 \text{ см,}$	$m_5 = 3 \text{ кг,}$
	$F = 18 \text{ Н.}$

Задача D10.6.

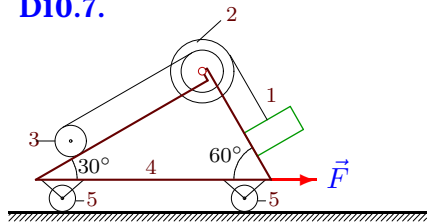
10



$R_2 = 24 \text{ см,}$	$m_1 = 12 \text{ кг,}$
$r_2 = 16 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 12 \text{ см,}$	$m_3 = 22 \text{ кг,}$
$i_2 = 22 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 13 \text{ см,}$	$m_5 = 3 \text{ кг,}$
	$F = 30 \text{ Н.}$

Задача D10.7.

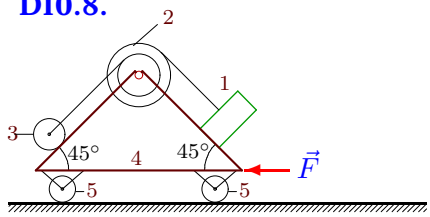
10



$R_2 = 48 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 32 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 24 \text{ см,}$	$m_3 = 18 \text{ кг,}$
$i_2 = 41 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 25 \text{ см,}$	$m_5 = 4 \text{ кг,}$
	$F = 23 \text{ Н.}$

Задача D10.8.

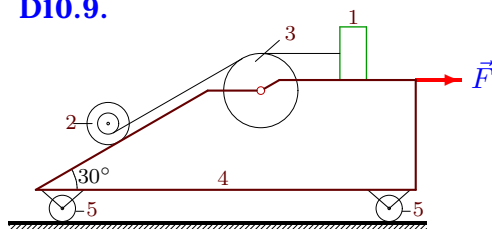
10



$R_2 = 48 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 32 \text{ см,}$	$m_2 = 3 \text{ кг,}$
$R_3 = 24 \text{ см,}$	$m_3 = 12 \text{ кг,}$
$i_2 = 42 \text{ см,}$	$m_4 = 1 \text{ кг,}$
$R_5 = 25 \text{ см,}$	$m_5 = 5 \text{ кг,}$
	$F = 16 \text{ Н.}$

Задача D10.9.

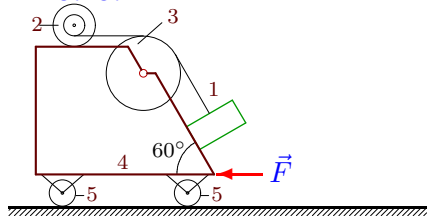
10



$R_2 = 16 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 8 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 28 \text{ см,}$	$m_3 = 16 \text{ кг,}$
$i_2 = 13 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 29 \text{ см,}$	$m_5 = 6 \text{ кг,}$
	$F = 19 \text{ Н.}$

Задача D10.10.

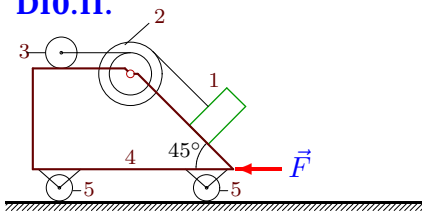
10



$R_2 = 32 \text{ см,}$	$m_1 = 18 \text{ кг,}$
$r_2 = 16 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 56 \text{ см,}$	$m_3 = 25 \text{ кг,}$
$i_2 = 28 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 57 \text{ см,}$	$m_5 = 5 \text{ кг,}$
	$F = 24 \text{ Н.}$

Задача D10.11.

10

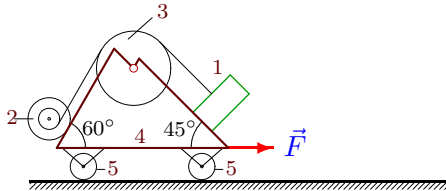


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 24 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.12.

10

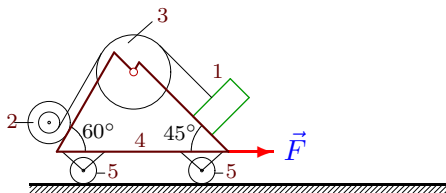


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 26 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.13.

10

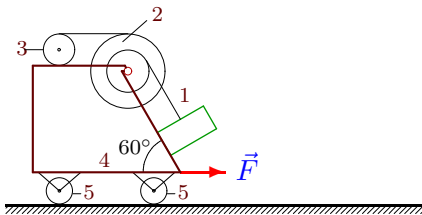


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.14.

10

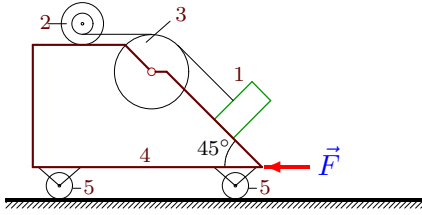


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 48 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.15.

10

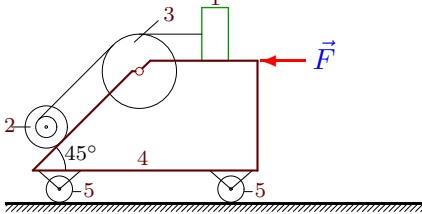


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 18 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 i_2 &= 22 \text{ см}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.16.

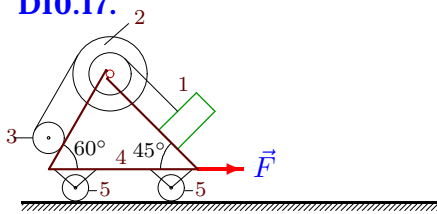
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 16 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, \\
 i_2 &= 14 \text{ см}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см},
 \end{aligned}$$

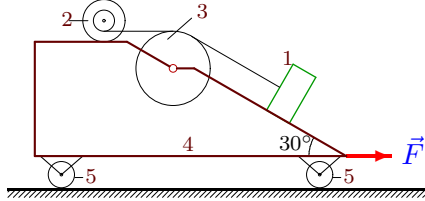
Задача D10.17.



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 58 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

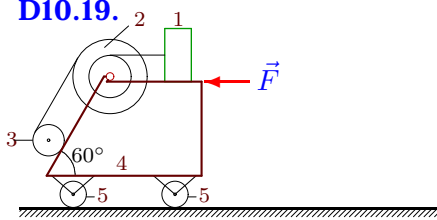
Задача D10.18.



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 16 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

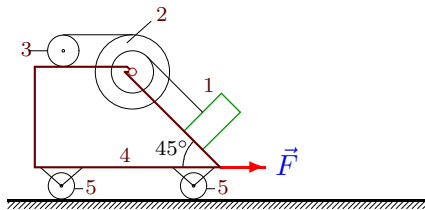
Задача D10.19.



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 27 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 36 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 34 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

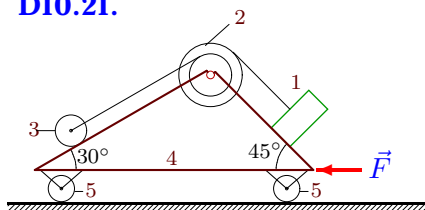
Задача D10.20.



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 37 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

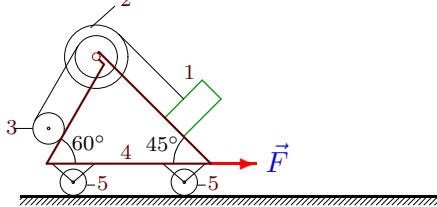
Задача D10.21.



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

Задача D10.22.2

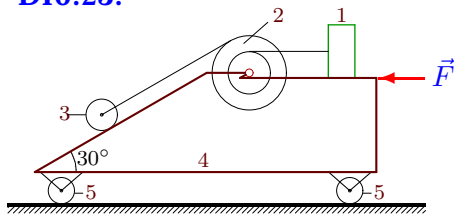


$$\begin{aligned}
 R_2 &= 60 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 53 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

10

Задача D10.23.

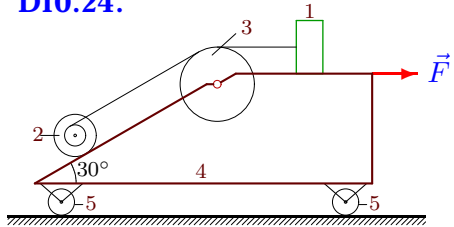
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, & R_2 &= 28 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 15 \text{ кг}, & R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 23 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, & R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 28 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.24.

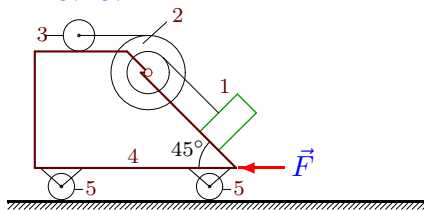
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, & R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 m_3 &= 23 \text{ кг}, & R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 21 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, & R_5 &= 43 \text{ см}, \\
 F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.25.

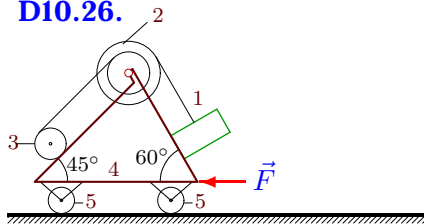
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 42 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, & R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 37 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, & R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.26.

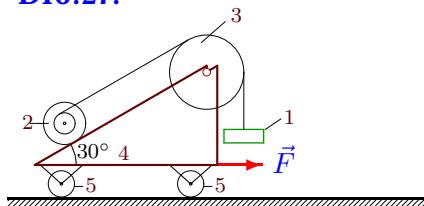
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, & R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_3 &= 22 \text{ кг}, & R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 52 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, & R_5 &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.27.

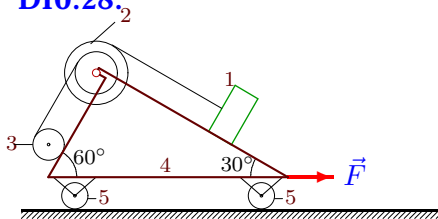
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, & R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 m_3 &= 8 \text{ кг}, & R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, & R_5 &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.28.

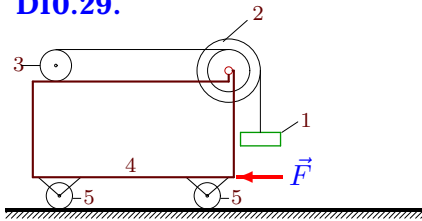
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_3 &= 23 \text{ кг}, & R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 43 \text{ см}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, & R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.29.

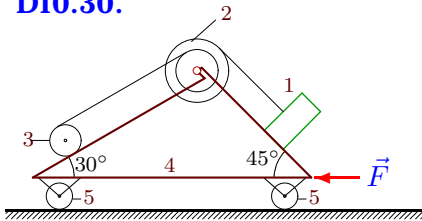
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 12 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 i_2 &= 54 \text{ см}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.30.

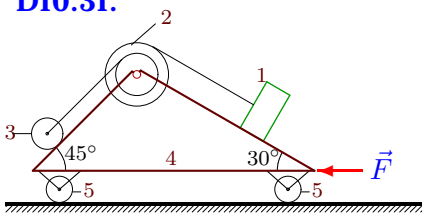
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 28 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.31.

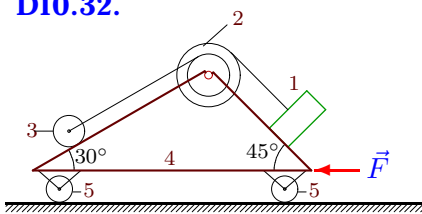
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 24 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.32.

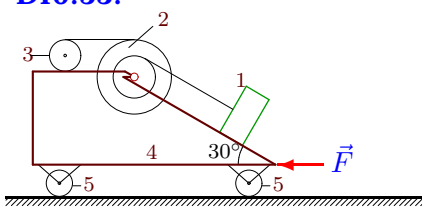
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 28 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.33.

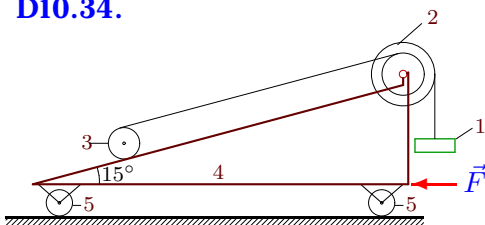
10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 24 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 28 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.34.

10



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 12 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 i_2 &= 23 \text{ см}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см},
 \end{aligned}$$

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	43.000	9.500	26.354	11.000	127.436	-0.883
2	65.000	23.182	73.594	-34.000	233.364	-1.863
3	41.000	-22.702	71.651	19.000	60.614	1.130
4	38.000	10.506	16.855	-24.000	8.464	-0.931
5	51.000	32.314	22.982	-18.000	39.538	-13.227
6	51.000	-17.185	20.708	-30.000	50.869	0.333
7	47.000	19.392	16.378	23.000	94.063	-3.677
8	40.000	12.021	19.297	-16.000	6.937	-0.625
9	51.000	-19.392	56.844	19.000	58.860	0.880
10	66.000	42.000	72.875	-24.000	305.846	-4.792
11	50.000	25.273	32.343	-24.000	104.051	-3.481
12	67.000	33.213	68.335	27.000	4.205	0.491
13	56.000	33.213	65.835	17.000	4.205	0.379
14	67.000	58.250	57.914	15.000	305.846	-34.786
15	63.000	49.456	73.167	-18.000	249.722	-6.317
16	40.000	-10.414	17.354	-16.000	13.873	-0.227
17	61.000	-19.357	50.584	15.000	44.624	0.599
18	63.000	55.177	78.500	19.000	176.580	-4.341
19	59.000	-26.813	59.508	-34.000	200.711	1.203
20	57.000	58.706	54.081	7.000	249.722	39.259
21	35.000	-13.480	18.891	-30.000	10.700	-0.881
22	58.000	28.880	23.515	21.000	77.834	-3.311
23	40.000	-28.733	81.105	-28.000	128.756	0.591
24	45.000	-13.732	25.854	27.000	9.810	0.854
25	44.000	38.607	95.630	-12.000	104.051	-1.901
26	57.000	22.371	20.173	-30.000	102.158	-4.451
27	24.000	1.732	12.134	9.000	49.050	0.084
28	58.000	33.647	23.648	21.000	16.882	-0.298
29	54.000	12.667	26.027	-12.000	353.160	-3.844
30	50.000	23.120	16.449	-28.000	66.001	-6.900
31	44.000	-15.337	22.037	-24.000	29.847	-0.097
32	40.000	-12.903	18.225	-28.000	7.430	-0.737
33	60.000	74.927	62.555	-24.000	176.580	7.917
34	54.000	10.303	23.177	-12.000	267.217	-2.647

D10 файл o10d10A