

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

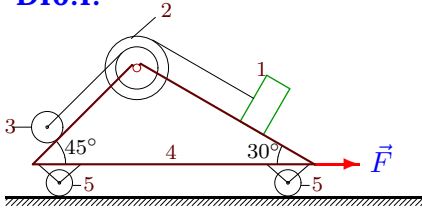
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в $\text{м}/\text{с}^2$.

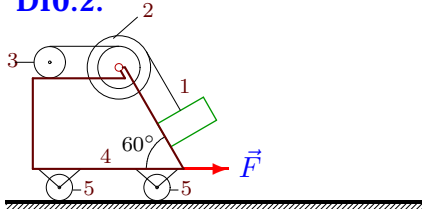
Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача D10.1.



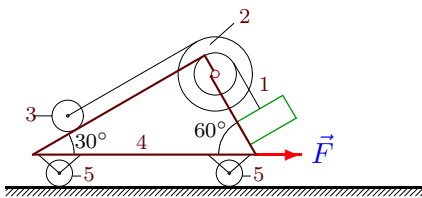
	$m_1 = 9$ кг,	1
$R_2 = 36$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 24$ см,	$m_3 = 17$ кг,	
$R_3 = 18$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 32$ см,	$m_5 = 4$ кг,	
$R_5 = 19$ см,	$F = 21$ Н.	

Задача D10.2.



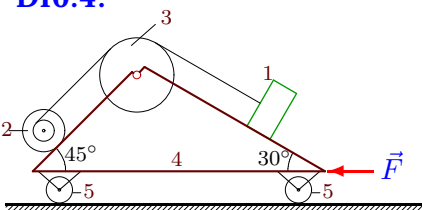
	$m_1 = 18$ кг,	1
$R_2 = 48$ см,	$m_2 = 6$ кг,	
$r_2 = 32$ см,	$m_3 = 26$ кг,	
$R_3 = 24$ см,	$m_4 = 2$ кг,	
$i_2 = 44$ см,	$m_5 = 6$ кг,	
$R_5 = 25$ см,	$F = 21$ Н.	

Задача D10.3.



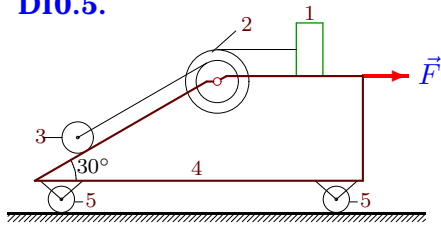
	$m_1 = 6$ кг,	1
$R_2 = 56$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 32$ см,	$m_3 = 14$ кг,	
$R_3 = 24$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 45$ см,	$m_5 = 6$ кг,	
$R_5 = 25$ см,	$F = 21$ Н.	

Задача D10.4.



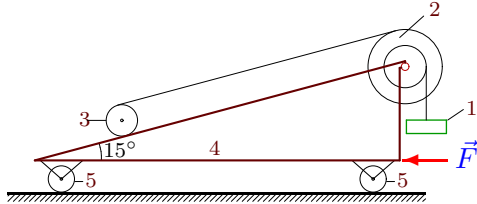
	$m_1 = 9$ кг,	1
$R_2 = 24$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 12$ см,	$m_3 = 19$ кг,	
$R_3 = 42$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 20$ см,	$m_5 = 3$ кг,	
$R_5 = 43$ см,	$F = 30$ Н.	

Задача D10.5.



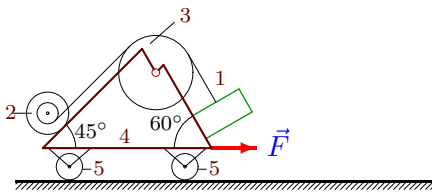
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, & R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 15 \text{ кг}, & R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 21 \text{ см}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, & R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 23 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.



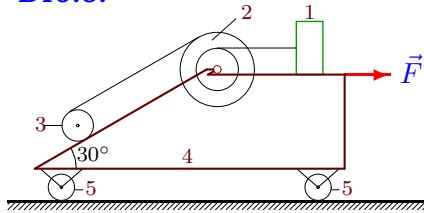
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 28 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, & R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 25 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, & R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.



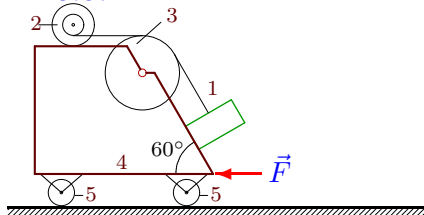
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, & R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, & R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, & R_5 &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.



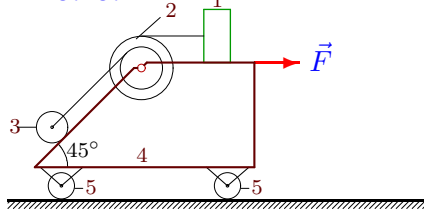
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & R_2 &= 28 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, & R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 23 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, & R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.



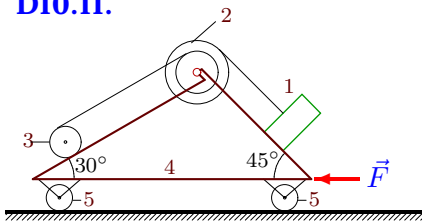
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, & R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, & R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 28 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, & R_5 &= 57 \text{ см}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.10.



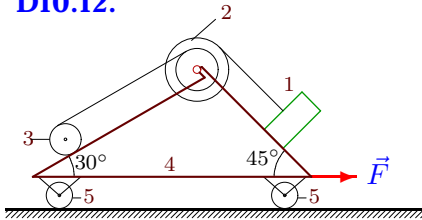
$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, & R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 22 \text{ см}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, & R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.



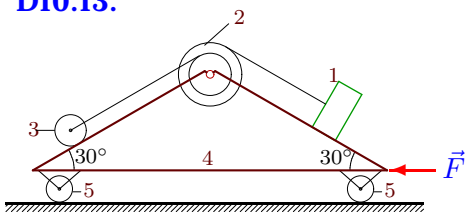
$R_2 = 36 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 24 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 18 \text{ см,}$	$m_3 = 10 \text{ кг,}$
$i_2 = 31 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 19 \text{ см,}$	$m_5 = 5 \text{ кг,}$
	$F = 12 \text{ Н.}$

Задача D10.12.



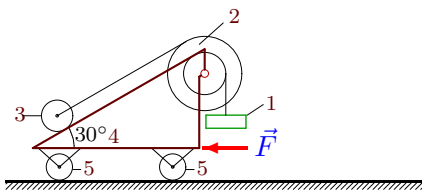
$R_2 = 36 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 24 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 18 \text{ см,}$	$m_3 = 21 \text{ кг,}$
$i_2 = 31 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 19 \text{ см,}$	$m_5 = 4 \text{ кг,}$
	$F = 29 \text{ Н.}$

Задача D10.13.



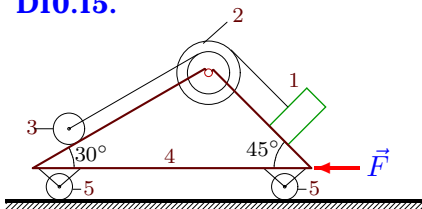
$R_2 = 48 \text{ см,}$	$m_1 = 12 \text{ кг,}$
$r_2 = 32 \text{ см,}$	$m_2 = 3 \text{ кг,}$
$R_3 = 24 \text{ см,}$	$m_3 = 16 \text{ кг,}$
$i_2 = 43 \text{ см,}$	$m_4 = 1 \text{ кг,}$
$R_5 = 25 \text{ см,}$	$m_5 = 5 \text{ кг,}$
	$F = 18 \text{ Н.}$

Задача D10.14.



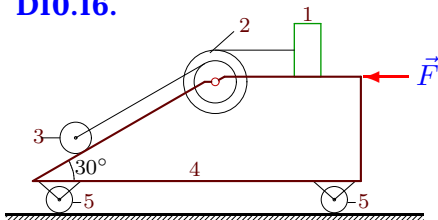
$R_2 = 70 \text{ см,}$	$m_1 = 6 \text{ кг,}$
$r_2 = 40 \text{ см,}$	$m_2 = 3 \text{ кг,}$
$R_3 = 30 \text{ см,}$	$m_3 = 13 \text{ кг,}$
$i_2 = 56 \text{ см,}$	$m_4 = 1 \text{ кг,}$
$R_5 = 31 \text{ см,}$	$m_5 = 3 \text{ кг,}$
	$F = 24 \text{ Н.}$

Задача D10.15.



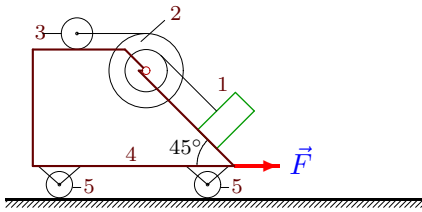
$R_2 = 36 \text{ см,}$	$m_1 = 6 \text{ кг,}$
$r_2 = 24 \text{ см,}$	$m_2 = 3 \text{ кг,}$
$R_3 = 18 \text{ см,}$	$m_3 = 13 \text{ кг,}$
$i_2 = 31 \text{ см,}$	$m_4 = 1 \text{ кг,}$
$R_5 = 19 \text{ см,}$	$m_5 = 5 \text{ кг,}$
	$F = 24 \text{ Н.}$

Задача D10.16.



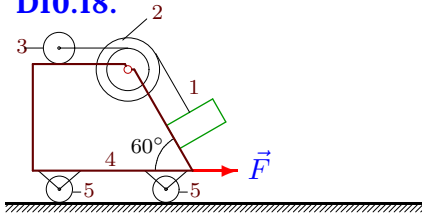
$R_2 = 24 \text{ см,}$	$m_1 = 6 \text{ кг,}$
$r_2 = 16 \text{ см,}$	$m_2 = 3 \text{ кг,}$
$R_3 = 12 \text{ см,}$	$m_3 = 7 \text{ кг,}$
$i_2 = 21 \text{ см,}$	$m_4 = 1 \text{ кг,}$
$R_5 = 13 \text{ см,}$	$m_5 = 3 \text{ кг,}$
	$F = 12 \text{ Н.}$

Задача D10.17.



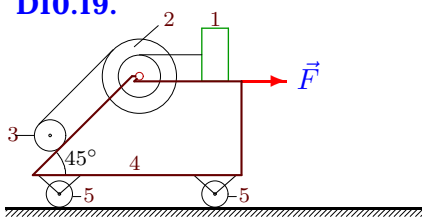
$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 23 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $F = 21 \text{ Н}.$

Задача D10.18.



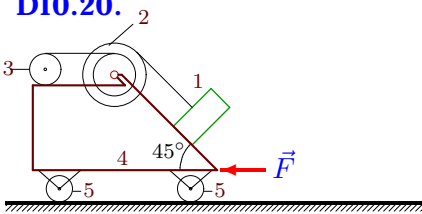
$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 24 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $F = 23 \text{ Н}.$

Задача D10.19.



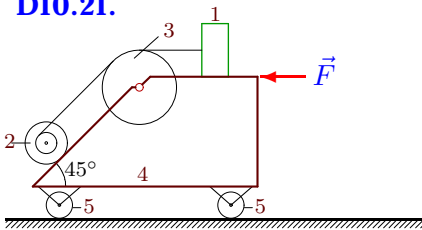
$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 20 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 2 \text{ кг},$
 $F = 21 \text{ Н}.$

Задача D10.20.



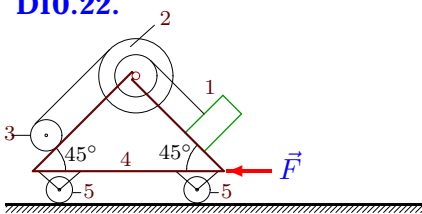
$m_1 = 18 \text{ кг},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 30 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 34 \text{ Н}.$

Задача D10.21.



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 10 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 12 \text{ Н}.$

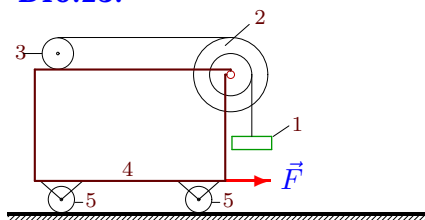
Задача D10.22.



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 20 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 26 \text{ Н}.$

Задача D10.23.

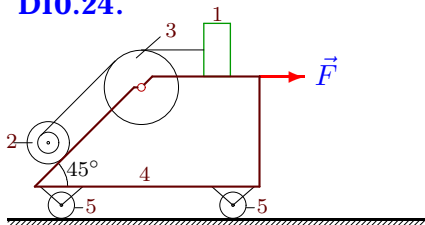
1



$m_1 = 18 \text{ кг},$
 $R_2 = 70 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $m_3 = 30 \text{ кг},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $i_2 = 59 \text{ см},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$
 $F = 29 \text{ Н}.$

Задача D10.24.

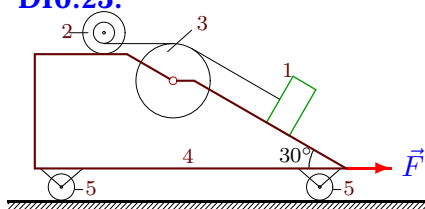
1



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 16 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $r_2 = 8 \text{ см},$
 $m_3 = 11 \text{ кг},$
 $R_3 = 28 \text{ см},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $i_2 = 14 \text{ см},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $R_5 = 29 \text{ см},$
 $F = 9 \text{ Н}.$

Задача D10.25.

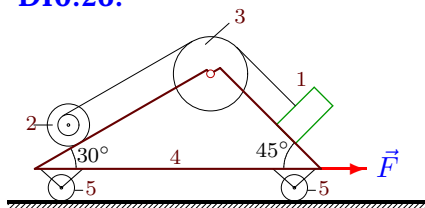
1



$m_1 = 18 \text{ кг},$
 $R_2 = 16 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $r_2 = 8 \text{ см},$
 $m_3 = 29 \text{ кг},$
 $R_3 = 28 \text{ см},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $i_2 = 16 \text{ см},$
 $m_5 = 2 \text{ кг},$
 $R_5 = 29 \text{ см},$
 $F = 27 \text{ Н}.$

Задача D10.26.

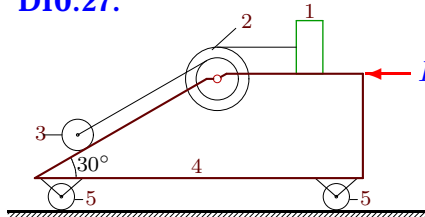
1



$m_1 = 6 \text{ кг},$
 $R_2 = 24 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $r_2 = 12 \text{ см},$
 $m_3 = 16 \text{ кг},$
 $R_3 = 42 \text{ см},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $i_2 = 19 \text{ см},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $R_5 = 43 \text{ см},$
 $F = 25 \text{ Н}.$

Задача D10.27.

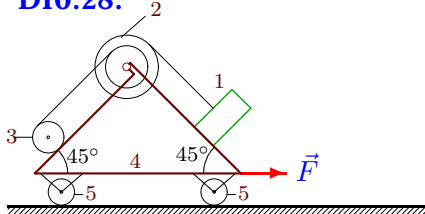
1



$m_1 = 6 \text{ кг},$
 $R_2 = 24 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $r_2 = 16 \text{ см},$
 $m_3 = 8 \text{ кг},$
 $R_3 = 12 \text{ см},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $i_2 = 21 \text{ см},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $R_5 = 13 \text{ см},$
 $F = 14 \text{ Н}.$

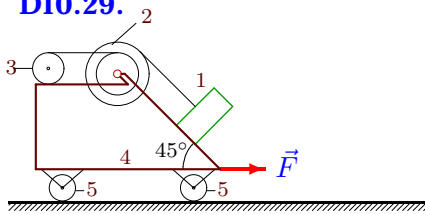
Задача D10.28.

1



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 48 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $r_2 = 32 \text{ см},$
 $m_3 = 21 \text{ кг},$
 $R_3 = 24 \text{ см},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $i_2 = 42 \text{ см},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $R_5 = 25 \text{ см},$
 $F = 23 \text{ Н}.$

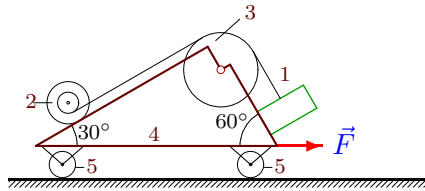
Задача D10.29.



$R_2 = 36 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 34 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 18 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 24 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 17 \text{ Н.}$

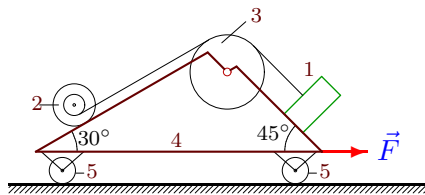
Задача D10.30.



$R_2 = 32 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 56 \text{ см,}$
 $i_2 = 25 \text{ см,}$
 $R_5 = 57 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 20 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 6 \text{ кг,}$
 $F = 27 \text{ Н.}$

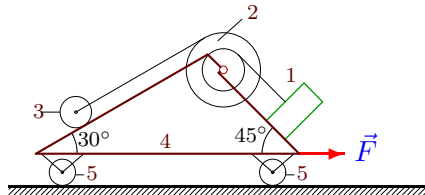
Задача D10.31.



$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 12 \text{ см,}$
 $R_3 = 42 \text{ см,}$
 $i_2 = 19 \text{ см,}$
 $R_5 = 43 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 19 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 25 \text{ Н.}$

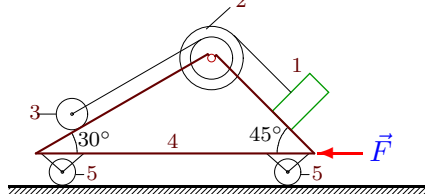
Задача D10.32.



$R_2 = 42 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 34 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 6 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 16 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 25 \text{ Н.}$

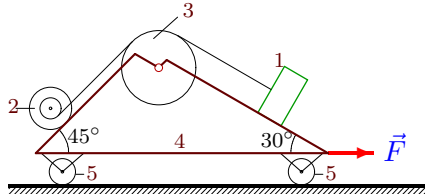
Задача D10.33.



$R_2 = 60 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 53 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 17 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 20 \text{ Н.}$

Задача D10.34.



$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 12 \text{ см,}$
 $R_3 = 42 \text{ см,}$
 $i_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_5 = 43 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 21 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 23 \text{ Н.}$

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	42.000	-15.808	22.704	21.000	34.471	1.452
2	70.000	35.333	27.375	21.000	305.846	-15.321
3	42.000	-24.218	76.245	21.000	69.198	1.253
4	41.000	9.208	20.759	-30.000	30.272	-1.176
5	37.000	-14.660	18.297	23.000	49.050	2.467
6	55.000	28.736	49.172	-14.000	218.764	-3.713
7	44.000	28.971	60.360	17.000	37.416	-0.032
8	39.000	-21.124	39.773	19.000	68.670	1.997
9	54.000	42.000	69.875	-12.000	305.846	-6.811
10	41.000	-16.542	22.188	19.000	73.992	2.587
11	42.000	18.501	15.116	-12.000	92.161	-6.448
12	50.000	24.852	16.949	29.000	56.191	-3.938
13	47.000	19.630	25.074	-18.000	6.540	-0.731
14	32.000	-19.702	71.599	-24.000	52.729	-0.357
15	38.000	-11.748	16.891	-24.000	0.890	-0.784
16	26.000	-10.041	12.964	-12.000	22.890	0.314
17	54.000	50.857	127.786	21.000	104.051	-0.605
18	55.000	23.500	33.521	23.000	127.436	-1.722
19	46.000	-24.374	48.469	21.000	121.393	2.432
20	65.000	45.456	28.352	-34.000	249.722	55.136
21	32.000	-10.414	16.354	-12.000	13.873	-0.125
22	49.000	-20.860	47.367	-26.000	38.152	-0.231
23	74.000	52.500	65.507	29.000	353.160	-7.958
24	42.000	-10.414	16.854	9.000	13.873	0.494
25	61.000	55.177	80.500	27.000	176.580	-4.057
26	44.000	5.975	16.169	25.000	31.810	0.317
27	27.000	-10.619	13.630	-14.000	26.160	0.341
28	53.000	26.870	20.094	23.000	69.367	-4.087
29	62.000	41.456	27.352	17.000	249.722	434.189
30	55.000	29.785	57.648	27.000	35.203	0.222
31	48.000	33.513	57.542	25.000	7.141	0.732
32	32.000	-28.491	85.521	25.000	95.720	2.527
33	42.000	18.300	25.674	-20.000	27.651	-1.371
34	47.000	-18.878	63.167	23.000	24.381	0.732

D10 файл o10d1A