

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

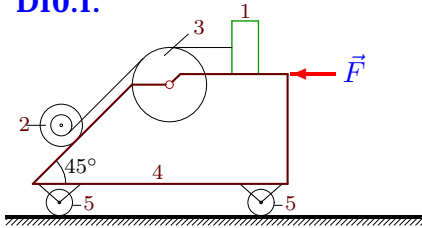
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в $\text{м}/\text{с}^2$.

Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

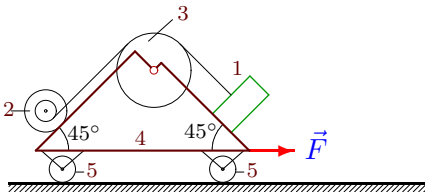
Задача D10.1.



$R_2 = 16 \text{ см,}$	$m_1 = 12 \text{ кг,}$
$r_2 = 8 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 28 \text{ см,}$	$m_3 = 22 \text{ кг,}$
$i_2 = 14 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 29 \text{ см,}$	$m_5 = 3 \text{ кг,}$
	$F = 30 \text{ Н.}$

5

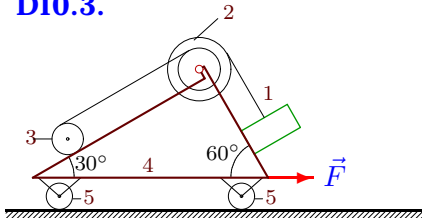
Задача D10.2.



$R_2 = 32 \text{ см,}$	$m_1 = 12 \text{ кг,}$
$r_2 = 16 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 56 \text{ см,}$	$m_3 = 18 \text{ кг,}$
$i_2 = 26 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 57 \text{ см,}$	$m_5 = 2 \text{ кг,}$
	$F = 17 \text{ Н.}$

5

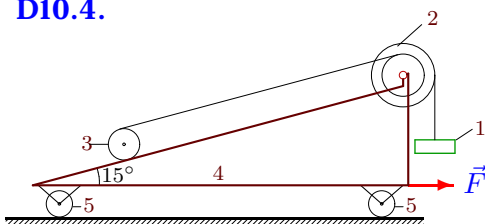
Задача D10.3.



$R_2 = 48 \text{ см,}$	$m_1 = 9 \text{ кг,}$
$r_2 = 32 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 24 \text{ см,}$	$m_3 = 15 \text{ кг,}$
$i_2 = 41 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 25 \text{ см,}$	$m_5 = 4 \text{ кг,}$
	$F = 17 \text{ Н.}$

5

Задача D10.4.

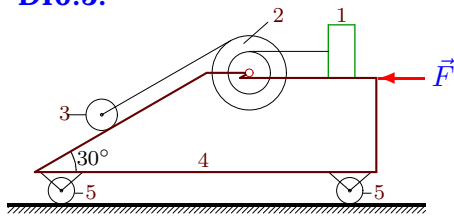


$R_2 = 24 \text{ см,}$	$m_1 = 15 \text{ кг,}$
$r_2 = 16 \text{ см,}$	$m_2 = 6 \text{ кг,}$
$R_3 = 12 \text{ см,}$	$m_3 = 26 \text{ кг,}$
$i_2 = 23 \text{ см,}$	$m_4 = 2 \text{ кг,}$
$R_5 = 13 \text{ см,}$	$m_5 = 2 \text{ кг,}$
	$F = 27 \text{ Н.}$

5

Задача D10.5.

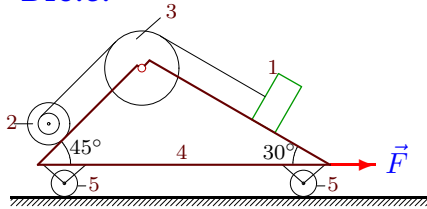
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, & R_2 &= 42 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, & R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 36 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, & R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 20 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.

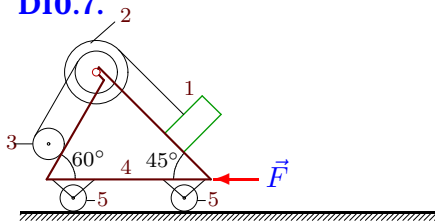
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, & R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 20 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, & R_5 &= 43 \text{ см}, \\
 F &= 23 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.

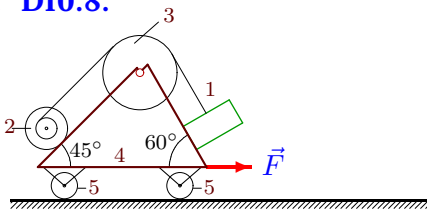
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, & R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 53 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, & R_5 &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 20 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.

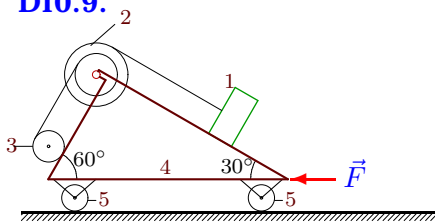
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, & R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, & R_5 &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.

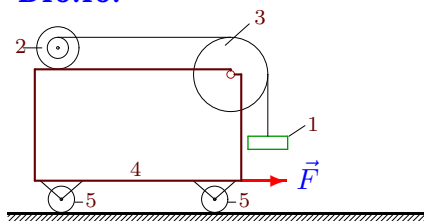
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, & r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_3 &= 24 \text{ кг}, & R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, & i_2 &= 43 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, & R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 28 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.10.

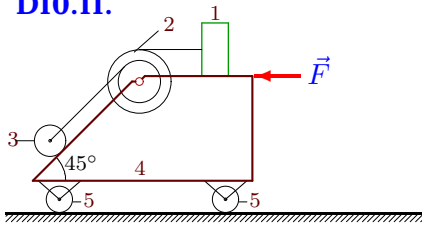
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & R_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, & r_2 &= 20 \text{ см}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, & R_3 &= 70 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, & i_2 &= 34 \text{ см}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, & R_5 &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.

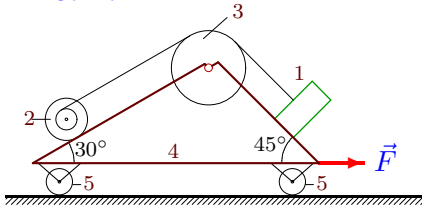
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 22 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.12.

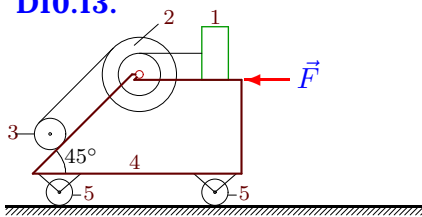
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 19 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 23 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.13.

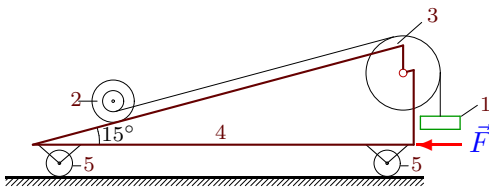
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 24 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 16 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.14.

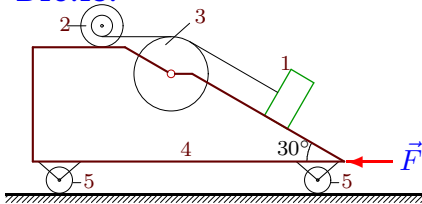
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 15 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.15.

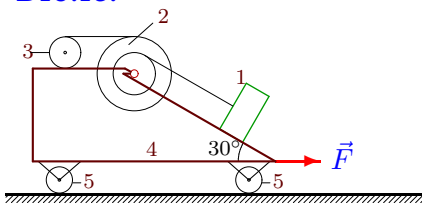
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 26 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 16 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 26 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.16.

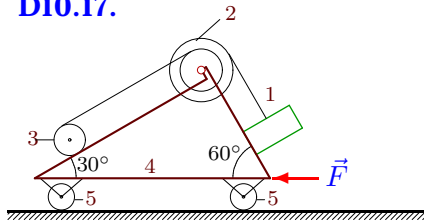
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 29 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.17.

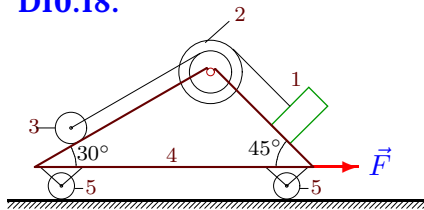
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 41 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.18.

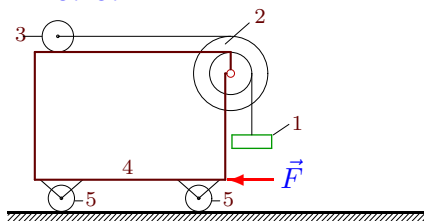
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.19.

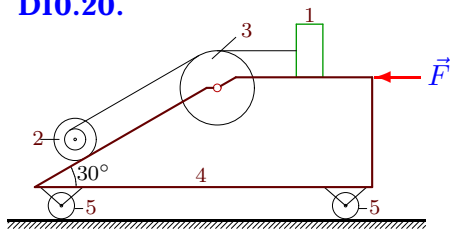
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 70 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_3 &= 26 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 59 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.20.

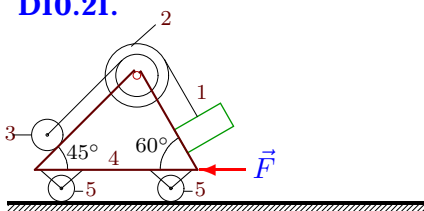
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, \\
 F &= 18 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.21.

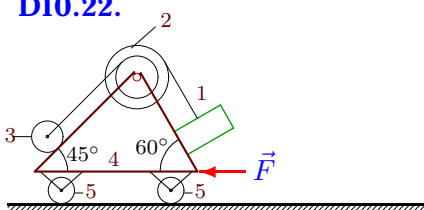
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 52 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.22.

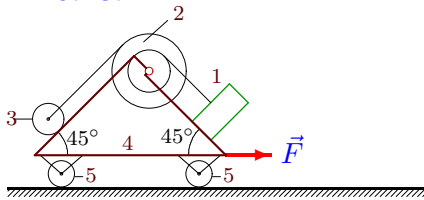
5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 52 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.23.

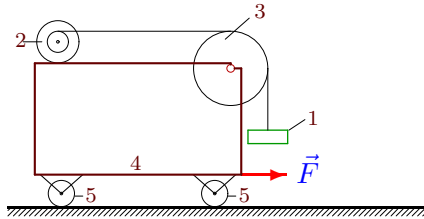
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 46 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.24.

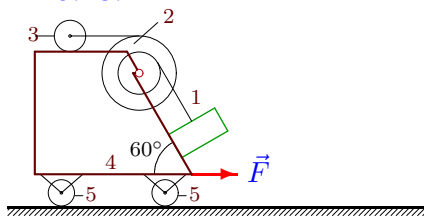
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.25.

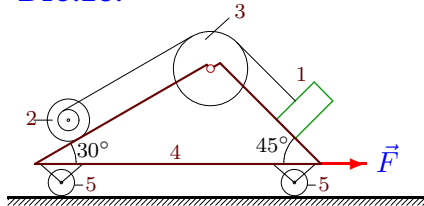
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 48 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.26.

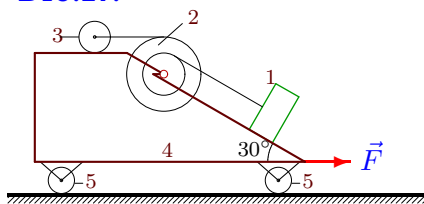
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 14 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.27.

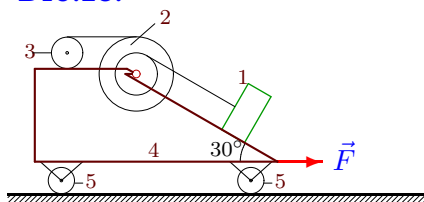
5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

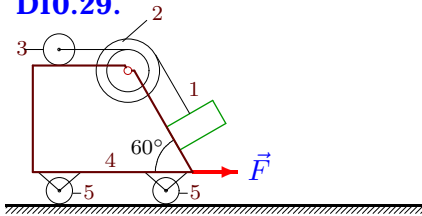
Задача D10.28.

5



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 29 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

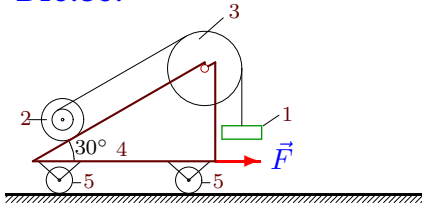
Задача D10.29.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

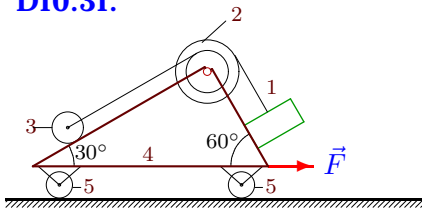
Задача D10.30.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 7 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

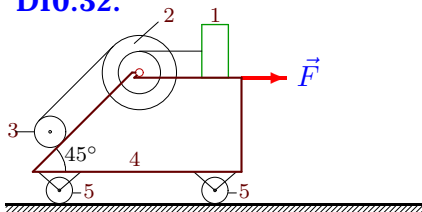
Задача D10.31.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

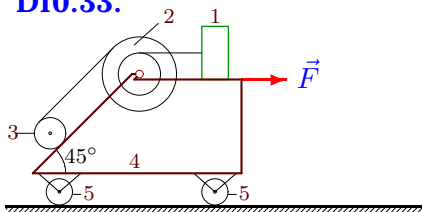
Задача D10.32.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

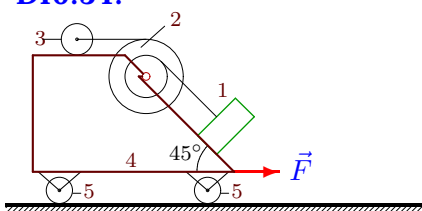
Задача D10.33.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

Задача D10.34.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 26 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

5

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	51.000	-20.485	65.375	-30.000	83.241	-0.088
2	44.000	33.941	60.844	17.000	0.000	0.678
3	44.000	17.660	15.878	17.000	103.873	-4.045
4	55.000	16.743	24.844	27.000	250.290	-3.241
5	48.000	-37.764	96.844	-20.000	145.924	1.109
6	37.000	9.208	20.259	23.000	30.272	0.282
7	52.000	27.880	23.015	-20.000	94.825	-7.399
8	47.000	5.914	19.187	19.000	62.588	-0.006
9	56.000	33.981	23.815	-28.000	11.219	-5.856
10	51.000	2.000	27.297	15.000	147.150	0.083
11	39.000	-14.185	18.854	-14.000	50.869	0.857
12	43.000	5.975	15.669	23.000	31.810	0.267
13	44.000	-21.281	42.727	-16.000	91.044	0.879
14	49.000	23.182	68.594	-14.000	233.364	-2.256
15	67.000	55.177	79.000	-26.000	176.580	-5.247
16	61.000	81.927	67.148	27.000	176.580	4.837
17	52.000	20.547	16.711	-32.000	87.523	-5.222
18	40.000	-14.635	20.225	29.000	17.240	1.410
19	60.000	45.500	140.964	-32.000	147.150	-1.754
20	41.000	-13.732	22.354	-18.000	9.810	-0.368
21	42.000	-13.928	24.587	-32.000	16.028	-0.672
22	38.000	9.214	17.920	-12.000	30.217	-0.828
23	48.000	-27.400	93.293	21.000	143.937	1.584
24	47.000	2.000	25.297	7.000	147.150	-0.099
25	50.000	51.250	136.594	25.000	127.436	-0.741
26	42.000	10.217	21.241	9.000	73.431	-0.710
27	50.000	56.740	137.766	25.000	73.575	-0.199
28	67.000	81.927	67.148	27.000	176.580	5.718
29	58.000	21.500	31.521	17.000	127.436	-1.614
30	23.000	1.732	11.634	7.000	49.050	-0.013
31	25.000	8.196	14.189	11.000	21.544	-0.071
32	45.000	-23.756	47.320	19.000	115.323	2.325
33	44.000	-23.137	46.172	17.000	109.253	2.214
34	63.000	56.107	141.568	27.000	104.051	-0.349

D10 файл o10d5A