

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

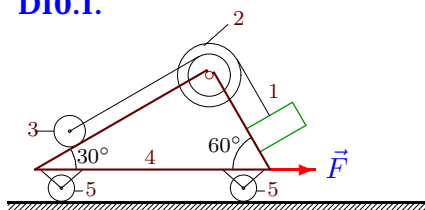
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в $\text{м}/\text{с}^2$.

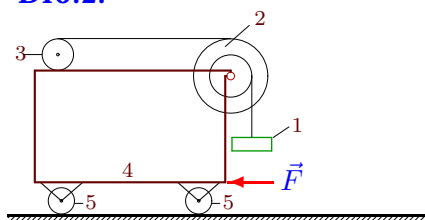
Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача D10.1.



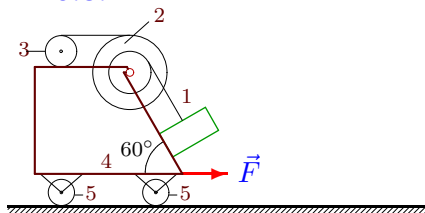
	6
	$m_1 = 6 \text{ кг},$
$R_2 = 48 \text{ см},$	$m_2 = 3 \text{ кг},$
$r_2 = 32 \text{ см},$	$m_3 = 16 \text{ кг},$
$R_3 = 24 \text{ см},$	$m_4 = 1 \text{ кг},$
$i_2 = 41 \text{ см},$	$m_5 = 6 \text{ кг},$
$R_5 = 25 \text{ см},$	$F = 25 \text{ Н}.$

Задача D10.2.



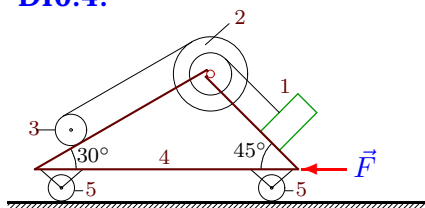
	6
	$m_1 = 18 \text{ кг},$
$R_2 = 70 \text{ см},$	$m_2 = 6 \text{ кг},$
$r_2 = 40 \text{ см},$	$m_3 = 25 \text{ кг},$
$R_3 = 30 \text{ см},$	$m_4 = 2 \text{ кг},$
$i_2 = 59 \text{ см},$	$m_5 = 3 \text{ кг},$
$R_5 = 31 \text{ см},$	$F = 24 \text{ Н}.$

Задача D10.3.



	6
	$m_1 = 18 \text{ кг},$
$R_2 = 56 \text{ см},$	$m_2 = 6 \text{ кг},$
$r_2 = 32 \text{ см},$	$m_3 = 29 \text{ кг},$
$R_3 = 24 \text{ см},$	$m_4 = 2 \text{ кг},$
$i_2 = 48 \text{ см},$	$m_5 = 6 \text{ кг},$
$R_5 = 25 \text{ см},$	$F = 27 \text{ Н}.$

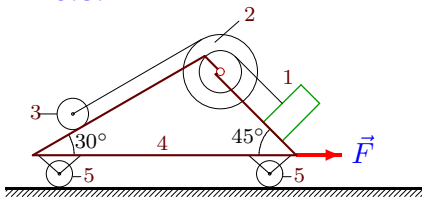
Задача D10.4.



	6
	$m_1 = 9 \text{ кг},$
$R_2 = 42 \text{ см},$	$m_2 = 6 \text{ кг},$
$r_2 = 24 \text{ см},$	$m_3 = 18 \text{ кг},$
$R_3 = 18 \text{ см},$	$m_4 = 2 \text{ кг},$
$i_2 = 34 \text{ см},$	$m_5 = 3 \text{ кг},$
$R_5 = 19 \text{ см},$	$F = 28 \text{ Н}.$

Задача D10.5.

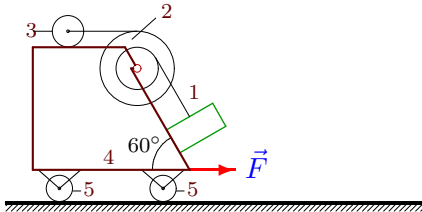
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.

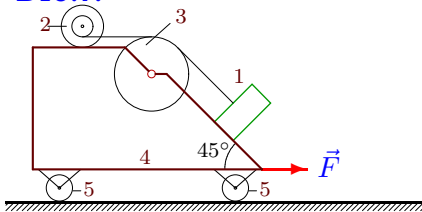
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 48 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.

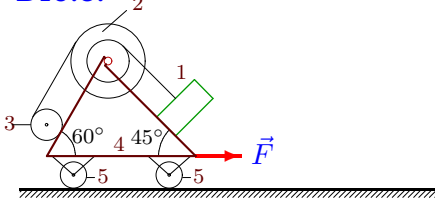
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 26 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 22 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.

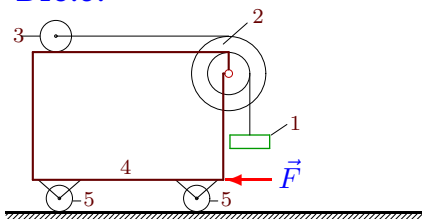
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 58 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.

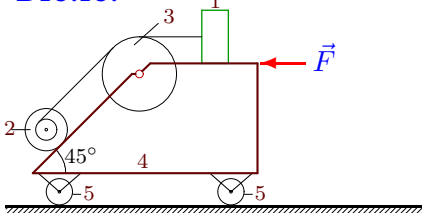
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 59 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 24 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

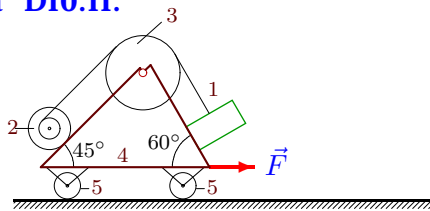
Задача D10.10.

6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 14 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 24 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.

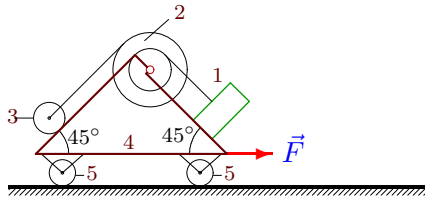


$R_2 = 40 \text{ см,}$
 $r_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_3 = 70 \text{ см,}$
 $i_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_5 = 71 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 14 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 15 \text{ Н.}$

6

Задача D10.12.

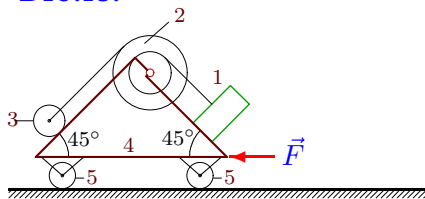


$R_2 = 56 \text{ см,}$
 $r_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_3 = 24 \text{ см,}$
 $i_2 = 46 \text{ см,}$
 $R_5 = 25 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 10 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 6 \text{ кг,}$
 $F = 7 \text{ Н.}$

6

Задача D10.13.

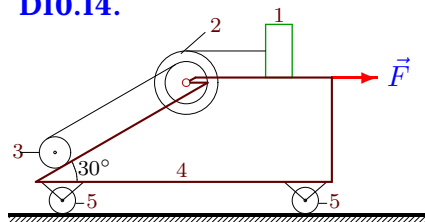


$R_2 = 56 \text{ см,}$
 $r_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_3 = 24 \text{ см,}$
 $i_2 = 46 \text{ см,}$
 $R_5 = 25 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 18 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 28 \text{ Н.}$

6

Задача D10.14.

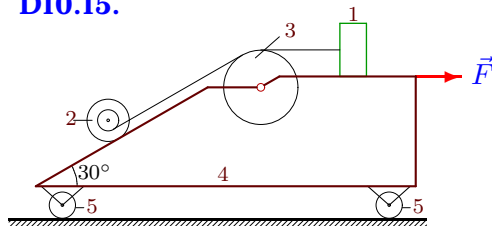


$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 12 \text{ см,}$
 $i_2 = 21 \text{ см,}$
 $R_5 = 13 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 14 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 15 \text{ Н.}$

6

Задача D10.15.

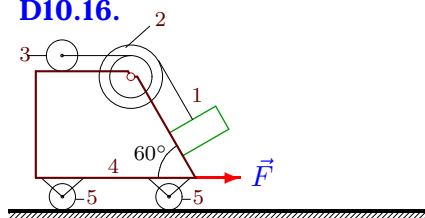


$R_2 = 16 \text{ см,}$
 $r_2 = 8 \text{ см,}$
 $R_3 = 28 \text{ см,}$
 $i_2 = 13 \text{ см,}$
 $R_5 = 29 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 15 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 17 \text{ Н.}$

6

Задача D10.16.

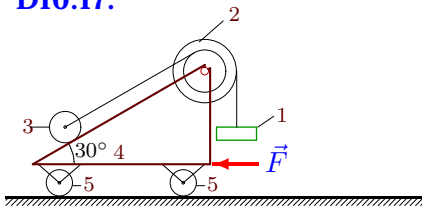


$R_2 = 48 \text{ см,}$
 $r_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_3 = 24 \text{ см,}$
 $i_2 = 44 \text{ см,}$
 $R_5 = 25 \text{ см,}$

$m_1 = 15 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 24 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 6 \text{ кг,}$
 $F = 23 \text{ Н.}$

6

Задача D10.17.

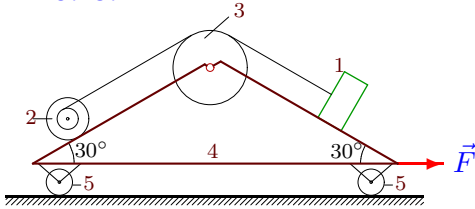


$R_2 = 60 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 51 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 6 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 12 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 5 \text{ кг,}$
 $F = 22 \text{ Н.}$

6

Задача D10.18.

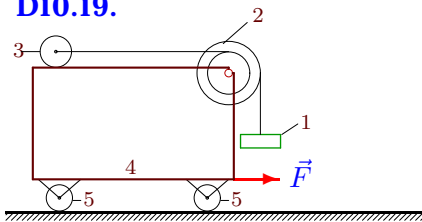


$R_2 = 32 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 56 \text{ см,}$
 $i_2 = 27 \text{ см,}$
 $R_5 = 57 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 13 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 7 \text{ Н.}$

6

Задача D10.19.

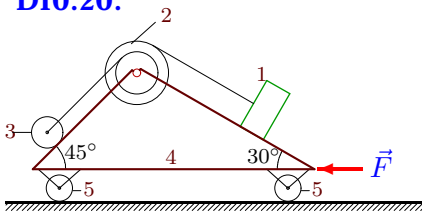


$R_2 = 60 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 54 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 15 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 18 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 11 \text{ Н.}$

6

Задача D10.20.

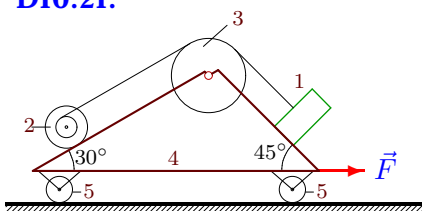


$R_2 = 36 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 10 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 12 \text{ Н.}$

6

Задача D10.21.

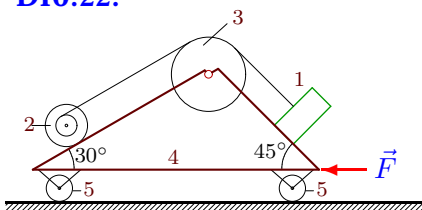


$R_2 = 40 \text{ см,}$
 $r_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_3 = 70 \text{ см,}$
 $i_2 = 33 \text{ см,}$
 $R_5 = 71 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 13 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 6 \text{ кг,}$
 $F = 7 \text{ Н.}$

6

Задача D10.22.



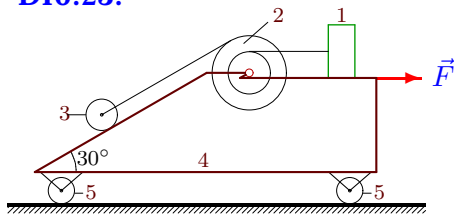
$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 12 \text{ см,}$
 $R_3 = 42 \text{ см,}$
 $i_2 = 19 \text{ см,}$
 $R_5 = 43 \text{ см,}$

$m_1 = 6 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 8 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 5 \text{ кг,}$
 $F = 14 \text{ Н.}$

6

Задача D10.23.

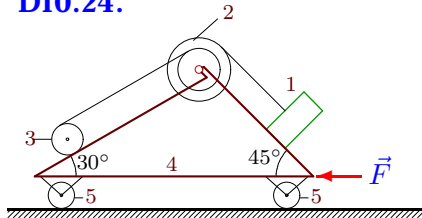
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 42 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 36 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.24.

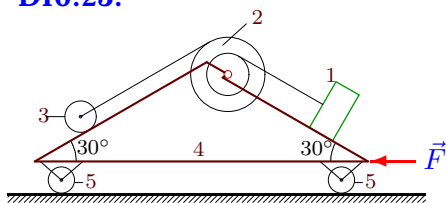
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.25.

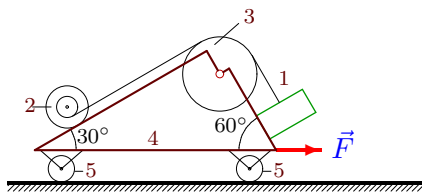
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 47 \text{ см}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.26.

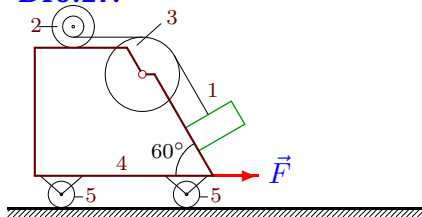
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 25 \text{ см}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, \\
 F &= 23 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.27.

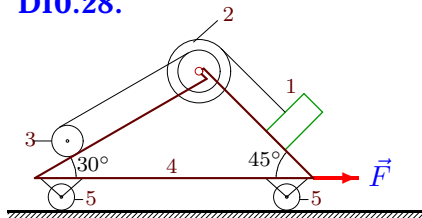
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 28 \text{ см}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, \\
 F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.28.

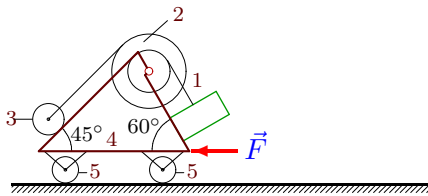
6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.29.

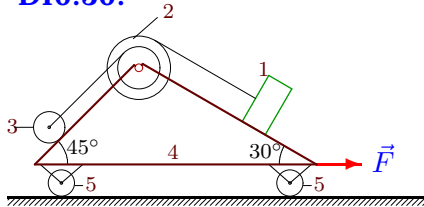
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 57 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.30.

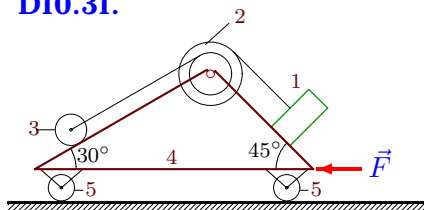
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 32 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.31.

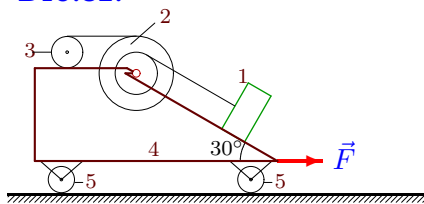
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 34 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.32.

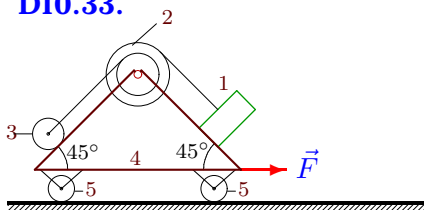
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 28 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.33.

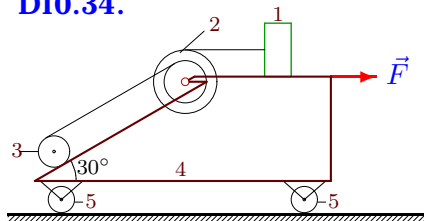
6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 48 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 42 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.34.

6



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	44.000	-12.238	18.855	25.000	1.346	0.718
2	60.000	43.750	59.765	-24.000	353.160	-10.100
3	73.000	68.750	64.805	27.000	305.846	-4612.104
4	44.000	-20.004	41.714	-28.000	14.823	-0.607
5	40.000	-22.429	67.146	17.000	61.385	1.154
6	47.000	46.000	122.813	19.000	127.436	-0.965
7	58.000	49.456	75.167	21.000	249.722	-5.628
8	61.000	-19.357	50.584	15.000	44.624	0.599
9	56.000	38.500	122.589	-24.000	147.150	-1.599
10	38.000	-10.414	19.354	-24.000	13.873	-0.510
11	39.000	5.914	18.187	15.000	62.588	-0.144
12	41.000	-18.738	61.137	7.000	58.962	0.711
13	40.000	-28.638	97.887	-28.000	156.076	0.559
14	43.000	-13.041	15.927	15.000	22.890	1.044
15	44.000	-19.392	56.344	17.000	58.860	0.998
16	61.000	23.500	33.521	23.000	127.436	-1.490
17	37.000	6.928	16.168	-22.000	19.620	-0.894
18	35.000	12.124	20.783	7.000	49.050	-0.774
19	49.000	12.000	29.430	11.000	147.150	-1.111
20	32.000	-12.508	18.037	-12.000	2.100	-0.452
21	47.000	10.217	20.741	7.000	73.431	-0.695
22	33.000	5.975	12.169	-14.000	31.810	-0.985
23	39.000	-37.764	96.844	15.000	145.924	2.962
24	43.000	19.079	15.282	-14.000	88.891	-6.515
25	47.000	-43.734	119.534	-30.000	129.983	0.566
26	41.000	29.785	56.648	23.000	35.203	0.177
27	64.000	42.000	70.375	9.000	305.846	-4.457
28	54.000	23.698	16.616	25.000	62.731	-3.191
29	32.000	-16.874	61.029	-12.000	44.931	0.015
30	42.000	-12.980	18.704	9.000	6.724	0.414
31	37.000	-14.635	20.225	-34.000	17.240	-0.815
32	66.000	80.177	66.000	25.000	176.580	6.036
33	50.000	-15.321	23.964	25.000	25.435	1.026
34	44.000	-15.062	17.094	29.000	34.335	1.928

D10 файл o10d6A