

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

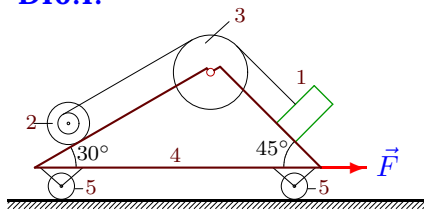
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в $\text{м}/\text{с}^2$.

Курсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

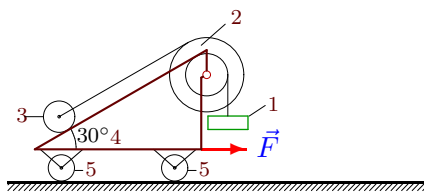
Задача D10.1.



$R_2 = 24 \text{ см},$	$m_1 = 6 \text{ кг},$
$r_2 = 12 \text{ см},$	$m_2 = 3 \text{ кг},$
$R_3 = 42 \text{ см},$	$m_3 = 8 \text{ кг},$
$i_2 = 19 \text{ см},$	$m_4 = 1 \text{ кг},$
$R_5 = 43 \text{ см},$	$m_5 = 4 \text{ кг},$
	$F = 9 \text{ Н}.$

7

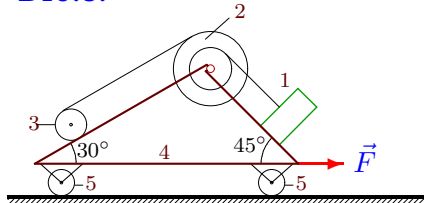
Задача D10.2.



$R_2 = 70 \text{ см},$	$m_1 = 6 \text{ кг},$
$r_2 = 40 \text{ см},$	$m_2 = 3 \text{ кг},$
$R_3 = 30 \text{ см},$	$m_3 = 7 \text{ кг},$
$i_2 = 56 \text{ см},$	$m_4 = 1 \text{ кг},$
$R_5 = 31 \text{ см},$	$m_5 = 2 \text{ кг},$
	$F = 7 \text{ Н}.$

7

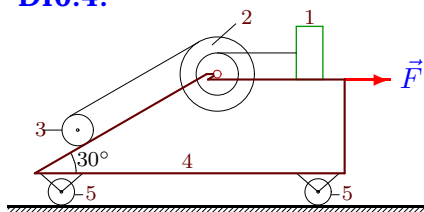
Задача D10.3.



$R_2 = 42 \text{ см},$	$m_1 = 9 \text{ кг},$
$r_2 = 24 \text{ см},$	$m_2 = 6 \text{ кг},$
$R_3 = 18 \text{ см},$	$m_3 = 17 \text{ кг},$
$i_2 = 34 \text{ см},$	$m_4 = 2 \text{ кг},$
$R_5 = 19 \text{ см},$	$m_5 = 2 \text{ кг},$
	$F = 21 \text{ Н}.$

7

Задача D10.4.

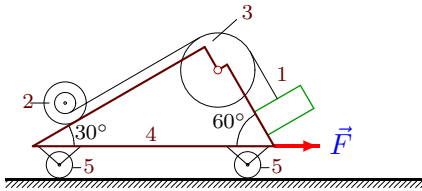


$R_2 = 28 \text{ см},$	$m_1 = 9 \text{ кг},$
$r_2 = 16 \text{ см},$	$m_2 = 6 \text{ кг},$
$R_3 = 12 \text{ см},$	$m_3 = 18 \text{ кг},$
$i_2 = 23 \text{ см},$	$m_4 = 2 \text{ кг},$
$R_5 = 13 \text{ см},$	$m_5 = 6 \text{ кг},$
	$F = 23 \text{ Н}.$

7

Задача D10.5.

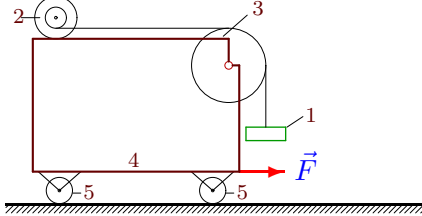
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 25 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.

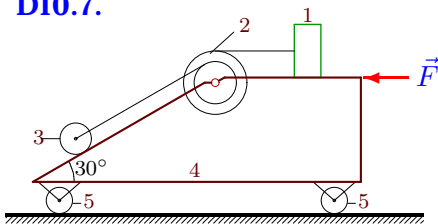
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 13 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.

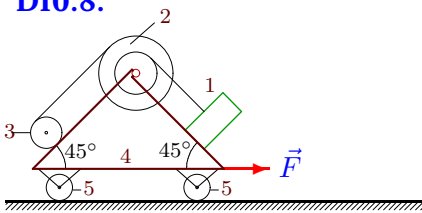
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 28 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.

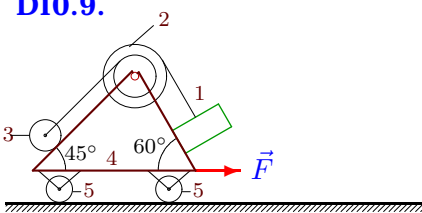
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 46 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.

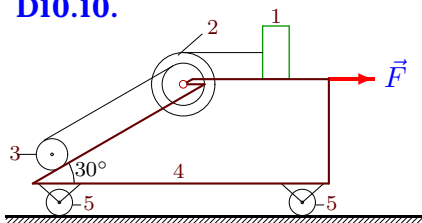
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 60 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 52 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.10.

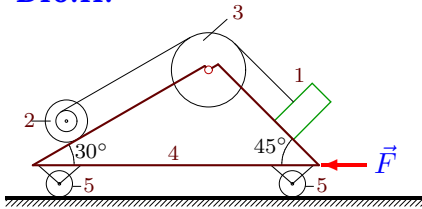
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.

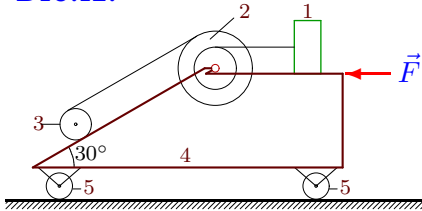
7



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 40 \text{ см},$
 $r_2 = 20 \text{ см},$
 $R_3 = 70 \text{ см},$
 $i_2 = 33 \text{ см},$
 $R_5 = 71 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 13 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 5 \text{ кг},$
 $F = 12 \text{ Н}.$

Задача D10.12.

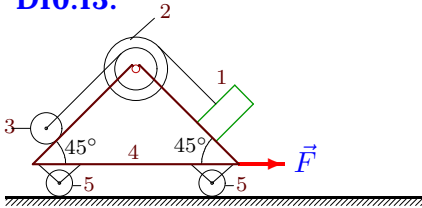
7



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 28 \text{ см},$
 $r_2 = 16 \text{ см},$
 $R_3 = 12 \text{ см},$
 $i_2 = 23 \text{ см},$
 $R_5 = 13 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 18 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 5 \text{ кг},$
 $F = 28 \text{ Н}.$

Задача D10.13.

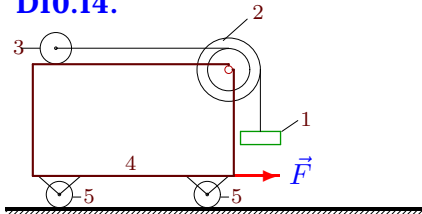
7



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 48 \text{ см},$
 $r_2 = 32 \text{ см},$
 $R_3 = 24 \text{ см},$
 $i_2 = 42 \text{ см},$
 $R_5 = 25 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 19 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $F = 25 \text{ Н}.$

Задача D10.14.

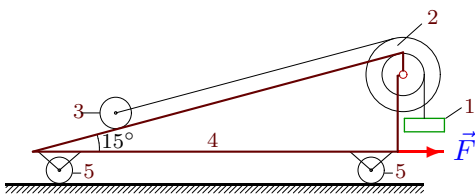
7



$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $R_2 = 60 \text{ см},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $i_2 = 54 \text{ см},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 24 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $F = 23 \text{ Н}.$

Задача D10.15.

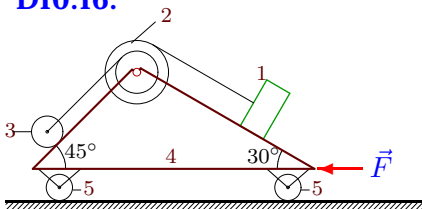
7



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 28 \text{ см},$
 $r_2 = 16 \text{ см},$
 $R_3 = 12 \text{ см},$
 $i_2 = 25 \text{ см},$
 $R_5 = 13 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 24 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $F = 29 \text{ Н}.$

Задача D10.16.

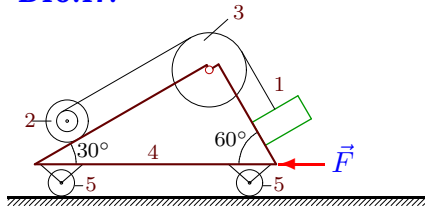
7



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 36 \text{ см},$
 $r_2 = 24 \text{ см},$
 $R_3 = 18 \text{ см},$
 $i_2 = 32 \text{ см},$
 $R_5 = 19 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 10 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 12 \text{ Н}.$

Задача D10.17.

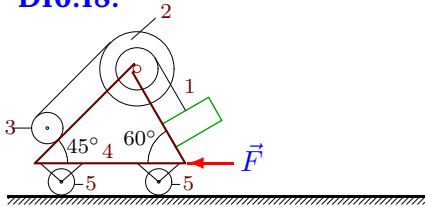
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 25 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 22 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.18.

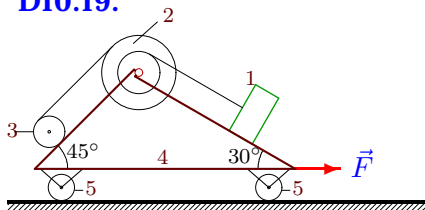
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 57 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.19.

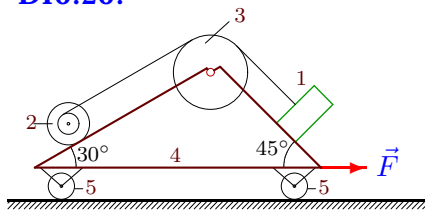
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 35 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.20.

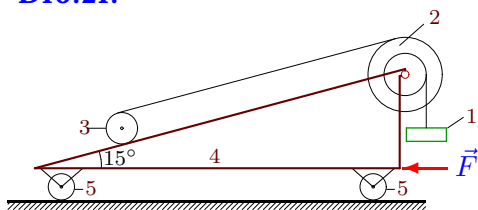
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 8 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 19 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.21.

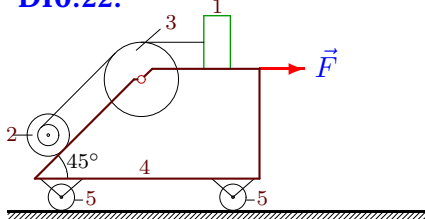
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 25 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.22.

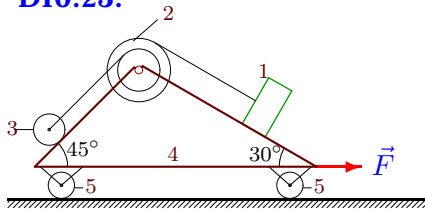
7



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 14 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.23.

7

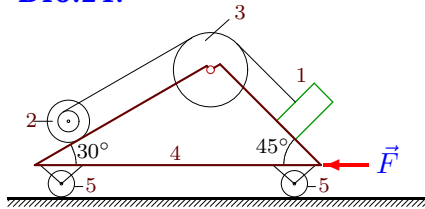


$R_2 = 36 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 14 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 15 \text{ Н.}$

Задача D10.24.

7

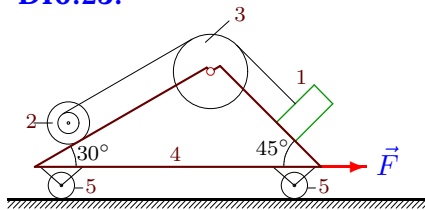


$R_2 = 40 \text{ см,}$
 $r_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_3 = 70 \text{ см,}$
 $i_2 = 33 \text{ см,}$
 $R_5 = 71 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 13 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 5 \text{ кг,}$
 $F = 12 \text{ Н.}$

Задача D10.25.

7

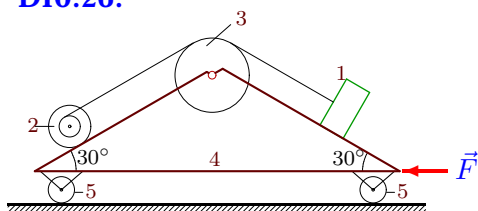


$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 12 \text{ см,}$
 $R_3 = 42 \text{ см,}$
 $i_2 = 19 \text{ см,}$
 $R_5 = 43 \text{ см,}$

$m_1 = 6 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 17 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 27 \text{ Н.}$

Задача D10.26.

7

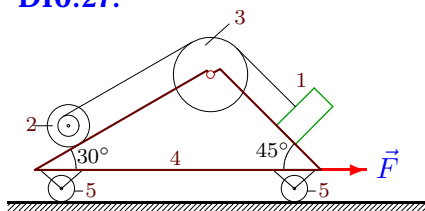


$R_2 = 32 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 56 \text{ см,}$
 $i_2 = 27 \text{ см,}$
 $R_5 = 57 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 18 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 22 \text{ Н.}$

Задача D10.27.

7

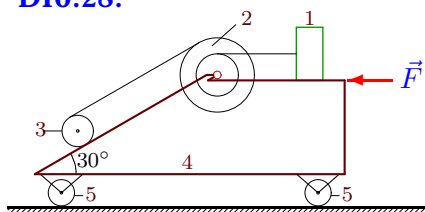


$R_2 = 40 \text{ см,}$
 $r_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_3 = 70 \text{ см,}$
 $i_2 = 33 \text{ см,}$
 $R_5 = 71 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 17 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 15 \text{ Н.}$

Задача D10.28.

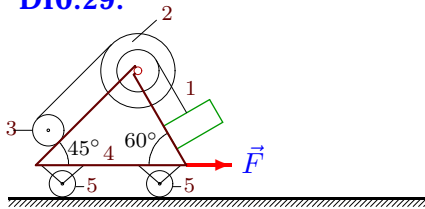
7



$R_2 = 28 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 12 \text{ см,}$
 $i_2 = 23 \text{ см,}$
 $R_5 = 13 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 11 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 5 \text{ кг,}$
 $F = 14 \text{ Н.}$

Задача D10.29.

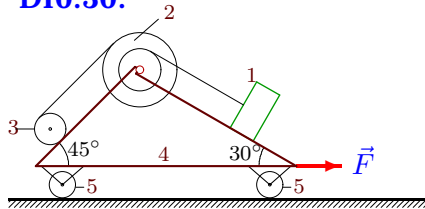


$R_2 = 70 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 57 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 15 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 11 \text{ Н.}$

7

Задача D10.30.

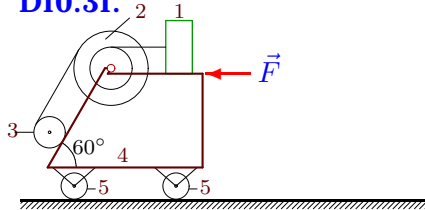


$R_2 = 42 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 35 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 18 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 17 \text{ Н.}$

7

Задача D10.31.

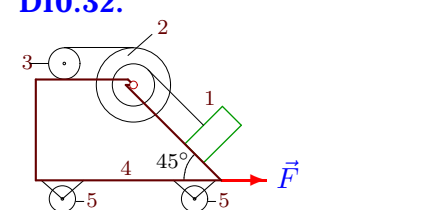


$R_2 = 42 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 36 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 15 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 16 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 5 \text{ кг,}$
 $F = 12 \text{ Н.}$

7

Задача D10.32.

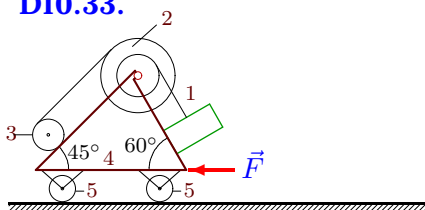


$R_2 = 42 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 37 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 18 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 20 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 9 \text{ Н.}$

7

Задача D10.33.

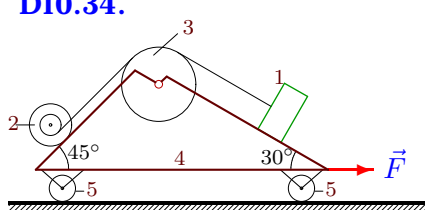


$R_2 = 70 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 57 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 19 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 24 \text{ Н.}$

7

Задача D10.34.



$R_2 = 24 \text{ см,}$
 $r_2 = 12 \text{ см,}$
 $R_3 = 42 \text{ см,}$
 $i_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_5 = 43 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 19 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 19 \text{ Н.}$

7

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	30.000	5.975	12.169	9.000	31.810	-0.245
2	23.000	-10.609	44.036	7.000	1.226	0.357
3	40.000	-19.246	40.565	21.000	10.531	0.842
4	53.000	-22.640	42.070	23.000	77.254	1.582
5	40.000	29.785	56.148	21.000	35.203	0.096
6	66.000	24.000	70.340	13.000	353.160	-1.859
7	40.000	-14.660	18.297	-28.000	49.050	0.400
8	56.000	-19.622	45.070	17.000	26.013	0.597
9	42.000	-12.514	22.587	21.000	2.155	0.633
10	39.000	-11.887	15.260	7.000	16.350	0.664
11	44.000	10.217	20.741	-12.000	73.431	-1.236
12	50.000	-22.640	42.070	-28.000	77.254	0.359
13	50.000	-15.321	23.964	25.000	25.435	1.026
14	61.000	16.000	33.430	23.000	147.150	-0.889
15	52.000	40.569	129.574	29.000	11.081	0.650
16	32.000	-12.508	18.037	-12.000	2.100	-0.452
17	37.000	4.732	14.147	-22.000	41.164	-1.010
18	52.000	-20.231	50.598	-32.000	37.653	-0.386
19	55.000	-24.623	51.174	27.000	80.741	1.526
20	36.000	5.975	12.169	9.000	31.810	-0.200
21	55.000	28.736	49.172	-14.000	218.764	-3.713
22	37.000	-10.414	17.354	11.000	13.873	0.628
23	39.000	-14.394	20.704	15.000	20.598	1.011
24	44.000	10.217	20.741	-12.000	73.431	-1.236
25	39.000	5.975	16.669	27.000	31.810	0.423
26	43.000	12.124	23.283	-22.000	49.050	-1.296
27	39.000	10.217	22.741	15.000	73.431	-0.523
28	43.000	-17.335	34.031	-14.000	47.211	0.294
29	41.000	30.562	41.410	11.000	21.808	-0.276
30	44.000	-21.529	45.432	17.000	50.393	1.210
31	54.000	-22.000	46.875	-12.000	118.940	1.003
32	58.000	60.456	55.229	9.000	249.722	32.328
33	48.000	-17.756	46.004	-24.000	13.374	-0.458
34	45.000	-18.878	62.167	19.000	24.381	0.672

D10 файл o10d7A