

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

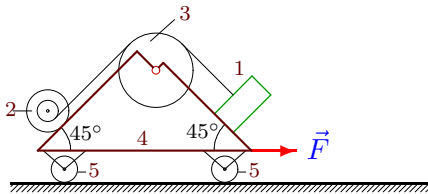
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в m/c^2 .

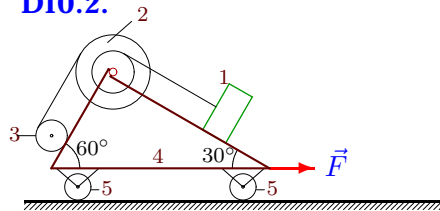
Курсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача D10.1.



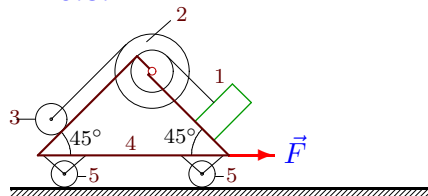
	⁹
$m_1 = 12$ кг,	
$R_2 = 32$ см,	$m_2 = 6$ кг,
$r_2 = 16$ см,	$m_3 = 16$ кг,
$R_3 = 56$ см,	$m_4 = 2$ кг,
$i_2 = 26$ см,	$m_5 = 6$ кг,
$R_5 = 57$ см,	$F = 13$ Н.

Задача D10.2.



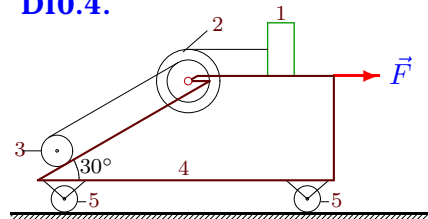
	⁹
$m_1 = 15$ кг,	
$R_2 = 56$ см,	$m_2 = 6$ кг,
$r_2 = 32$ см,	$m_3 = 27$ кг,
$R_3 = 24$ см,	$m_4 = 2$ кг,
$i_2 = 47$ см,	$m_5 = 6$ кг,
$R_5 = 25$ см,	$F = 29$ Н.

Задача D10.3.



	⁹
$m_1 = 9$ кг,	
$R_2 = 56$ см,	$m_2 = 3$ кг,
$r_2 = 32$ см,	$m_3 = 16$ кг,
$R_3 = 24$ см,	$m_4 = 1$ кг,
$i_2 = 46$ см,	$m_5 = 6$ кг,
$R_5 = 25$ см,	$F = 19$ Н.

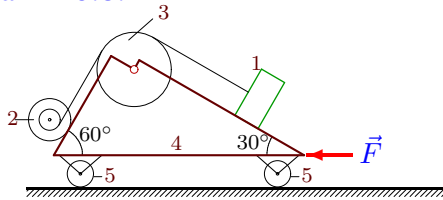
Задача D10.4.



	⁹
$m_1 = 9$ кг,	
$R_2 = 24$ см,	$m_2 = 6$ кг,
$r_2 = 16$ см,	$m_3 = 19$ кг,
$R_3 = 12$ см,	$m_4 = 2$ кг,
$i_2 = 21$ см,	$m_5 = 6$ кг,
$R_5 = 13$ см,	$F = 25$ Н.

Задача D10.5.

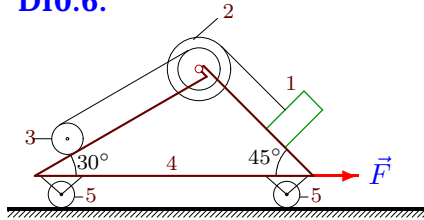
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 27 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 20 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.

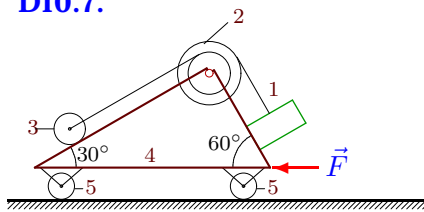
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.

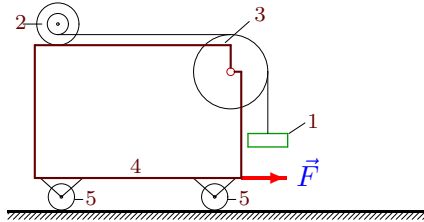
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 48 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 41 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 22 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.

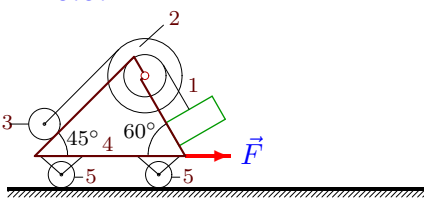
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 30 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.

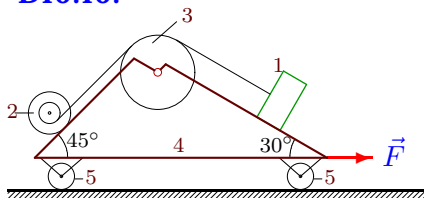
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 57 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

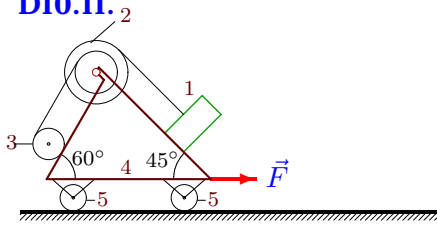
Задача D10.10.

9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 20 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.

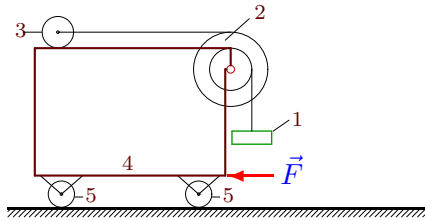


$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $R_2 = 60 \text{ см},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $i_2 = 53 \text{ см},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$

$m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 22 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $F = 19 \text{ Н}.$

9

Задача D10.12.

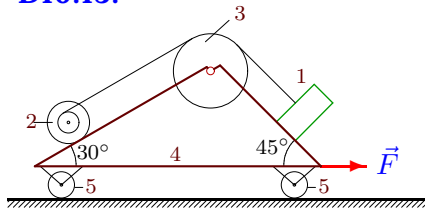


$R_2 = 70 \text{ см},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $i_2 = 59 \text{ см},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$

$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 27 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 34 \text{ Н}.$

9

Задача D10.13.

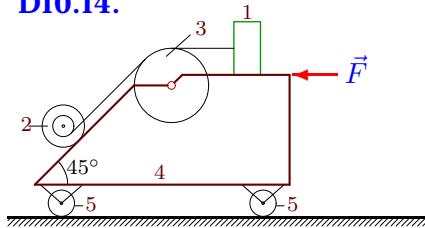


$R_2 = 24 \text{ см},$
 $r_2 = 12 \text{ см},$
 $R_3 = 42 \text{ см},$
 $i_2 = 19 \text{ см},$
 $R_5 = 43 \text{ см},$

$m_1 = 6 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 17 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 2 \text{ кг},$
 $F = 27 \text{ Н}.$

9

Задача D10.14.

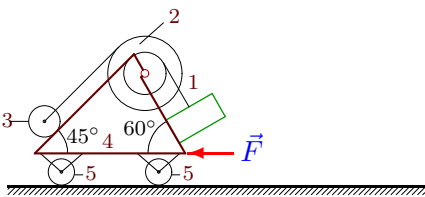


$R_2 = 16 \text{ см},$
 $r_2 = 8 \text{ см},$
 $R_3 = 28 \text{ см},$
 $i_2 = 14 \text{ см},$
 $R_5 = 29 \text{ см},$

$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 16 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 3 \text{ кг},$
 $F = 18 \text{ Н}.$

9

Задача D10.15.

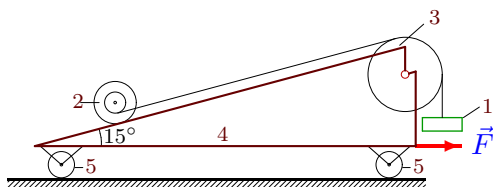


$R_2 = 70 \text{ см},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $i_2 = 57 \text{ см},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$

$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 18 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 5 \text{ кг},$
 $F = 28 \text{ Н}.$

9

Задача D10.16.

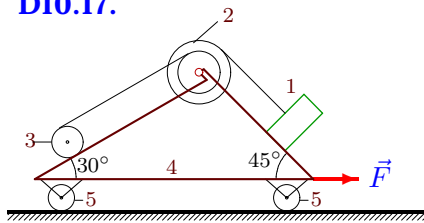


$R_2 = 16 \text{ см},$
 $r_2 = 8 \text{ см},$
 $R_3 = 28 \text{ см},$
 $i_2 = 15 \text{ см},$
 $R_5 = 29 \text{ см},$

$m_1 = 15 \text{ кг},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 23 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 2 \text{ кг},$
 $F = 21 \text{ Н}.$

9

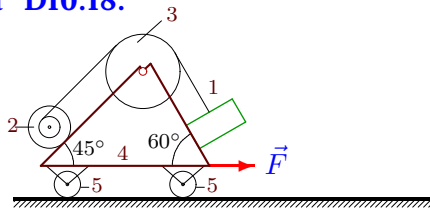
Задача D10.17.



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 36 \text{ см},$
 $r_2 = 24 \text{ см},$
 $R_3 = 18 \text{ см},$
 $i_2 = 31 \text{ см},$
 $R_5 = 19 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 20 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $F = 27 \text{ Н}.$

9

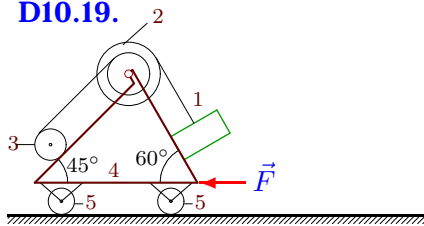
Задача D10.18.



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 40 \text{ см},$
 $r_2 = 20 \text{ см},$
 $R_3 = 70 \text{ см},$
 $i_2 = 32 \text{ см},$
 $R_5 = 71 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 21 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 2 \text{ кг},$
 $F = 29 \text{ Н}.$

9

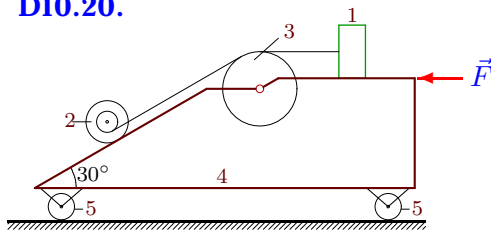
Задача D10.19.



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 60 \text{ см},$
 $r_2 = 40 \text{ см},$
 $R_3 = 30 \text{ см},$
 $i_2 = 52 \text{ см},$
 $R_5 = 31 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 18 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 5 \text{ кг},$
 $F = 22 \text{ Н}.$

9

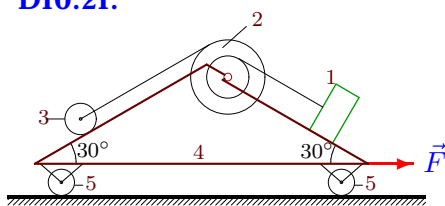
Задача D10.20.



$m_1 = 9 \text{ кг},$
 $R_2 = 16 \text{ см},$
 $r_2 = 8 \text{ см},$
 $R_3 = 28 \text{ см},$
 $i_2 = 13 \text{ см},$
 $R_5 = 29 \text{ см},$
 $m_2 = 6 \text{ кг},$
 $m_3 = 10 \text{ кг},$
 $m_4 = 2 \text{ кг},$
 $m_5 = 5 \text{ кг},$
 $F = 12 \text{ Н}.$

9

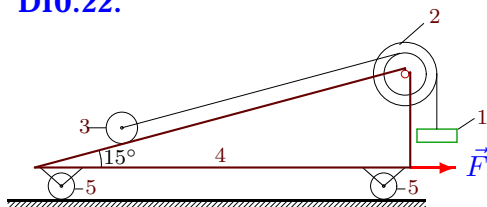
Задача D10.21.



$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 56 \text{ см},$
 $r_2 = 32 \text{ см},$
 $R_3 = 24 \text{ см},$
 $i_2 = 47 \text{ см},$
 $R_5 = 25 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 16 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 4 \text{ кг},$
 $F = 13 \text{ Н}.$

9

Задача D10.22.

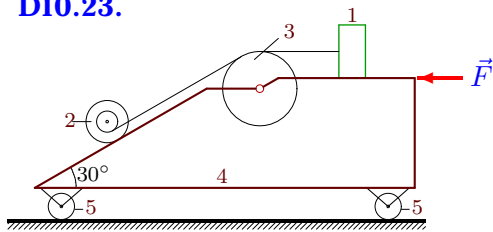


$m_1 = 12 \text{ кг},$
 $R_2 = 24 \text{ см},$
 $r_2 = 16 \text{ см},$
 $R_3 = 12 \text{ см},$
 $i_2 = 23 \text{ см},$
 $R_5 = 13 \text{ см},$
 $m_2 = 3 \text{ кг},$
 $m_3 = 16 \text{ кг},$
 $m_4 = 1 \text{ кг},$
 $m_5 = 6 \text{ кг},$
 $F = 13 \text{ Н}.$

9

Задача D10.23.

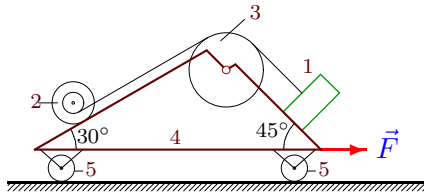
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 13 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 26 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.24.

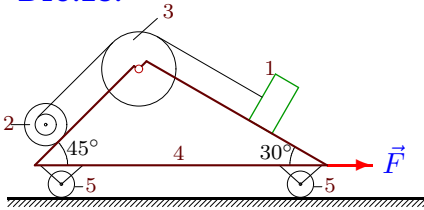
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 19 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.25.

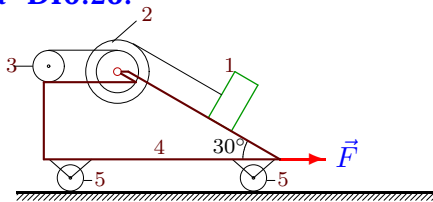
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 20 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.26.

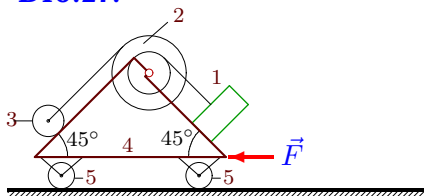
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 24 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.27.

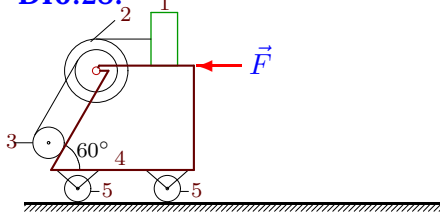
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 46 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 & & F &= 22 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.28.

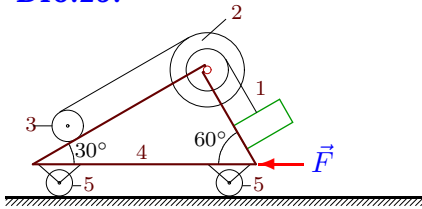
9



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 & & F &= 26 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.29.

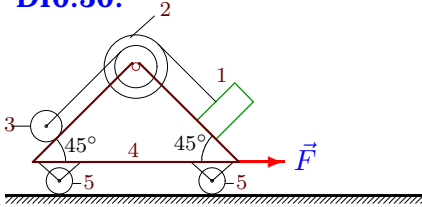
9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 14 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 20 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 45 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.30.

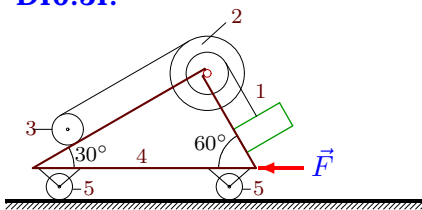
9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 21 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 42 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.31.

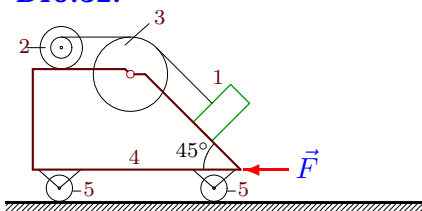
9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 14 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 45 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.32.

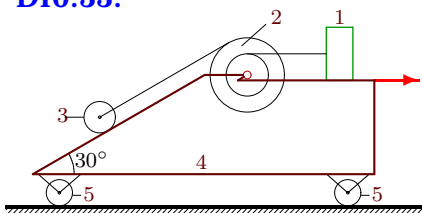
9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 18 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 i_2 &= 22 \text{ см}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.33.

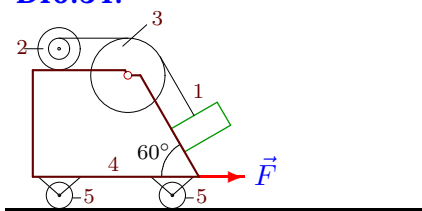
9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 24 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 29 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 42 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 36 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.34.

9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 i_2 &= 28 \text{ см}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см},
 \end{aligned}$$

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	54.000	33.941	59.844	13.000	0.000	0.374
2	68.000	-24.803	58.951	29.000	127.136	1.433
3	47.000	-26.163	88.699	19.000	131.798	1.473
4	54.000	-14.485	16.760	25.000	31.065	1.250
5	58.000	-18.990	66.086	-20.000	28.374	-0.225
6	46.000	22.543	16.282	21.000	69.271	-5.065
7	37.000	9.928	16.189	-22.000	11.734	-0.945
8	74.000	24.000	74.340	29.000	353.160	-1.283
9	46.000	-30.486	111.561	29.000	178.463	2.065
10	48.000	-18.878	63.667	25.000	24.381	0.760
11	63.000	28.547	23.348	19.000	83.498	-2.957
12	55.000	47.250	145.558	-34.000	147.150	-2.062
13	33.000	5.975	16.669	27.000	31.810	0.505
14	45.000	-20.485	62.375	-18.000	83.241	0.244
15	46.000	-26.774	97.779	-28.000	142.045	0.282
16	52.000	23.182	71.594	21.000	233.364	-1.226
17	49.000	24.275	16.782	27.000	59.461	-4.249
18	40.000	5.914	21.687	29.000	62.588	0.311
19	53.000	20.485	19.507	-22.000	120.656	-4.723
20	42.000	-19.392	53.844	-12.000	58.860	0.263
21	44.000	-34.641	91.972	13.000	78.480	1.375
22	50.000	10.303	25.422	13.000	90.637	-0.518
23	49.000	-19.392	57.344	-26.000	58.860	-0.144
24	48.000	33.513	57.542	25.000	7.141	0.732
25	46.000	9.208	21.759	29.000	30.272	0.385
26	52.000	44.510	27.333	9.000	176.580	13.600
27	43.000	-24.926	84.105	-22.000	119.658	0.378
28	55.000	-18.833	23.875	-26.000	65.134	0.632
29	46.000	30.218	36.943	-20.000	32.750	-2.198
30	48.000	-14.378	22.630	21.000	16.186	0.805
31	43.000	25.671	33.498	-14.000	58.502	-2.522
32	53.000	12.607	26.954	-18.000	104.051	-1.415
33	46.000	-48.373	129.000	29.000	206.010	3.814
34	58.000	9.500	27.854	17.000	127.436	-0.483

D10 файл o10d9A