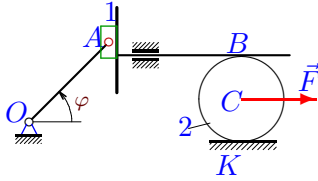


Решение механической задачи с одной степенью свободы с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода



30.11. Брусок A массы m_1 , закрепленный на кривошипе OA , скользит по поверхности поршня. Поршень приводит в движение цилиндр массы m_2 . К оси цилиндра приложена горизонтальная сила F , $AO = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

РЕШЕНИЕ:

Выразим скорости тел через обобщенную координату:

Составим граф $O \xrightarrow[\varphi]{a} A$:

$$x : V_{Ax} = -a\dot{\varphi} \sin \varphi$$

$$y : V_{Ay} = a\dot{\varphi} \cos \varphi$$

Получим: $V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2} = a^2\dot{\varphi}^2$.

Из графа $B \xrightarrow[\frac{3\pi/2}{2R}]{} K$ получим: $\omega_{2z} = \frac{-V_{Bx}}{2R} = \frac{a\dot{\varphi} \sin \varphi}{2R}$, $V_{Ax} = V_{Bx}$.

Из графа $K \xrightarrow[\frac{\pi/2}{R}]{} C$ получим : $V_c = -\omega_{2z}R = -\frac{1}{2}a\dot{\varphi} \sin \varphi$.

Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2,$$

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1V_A^2 = \frac{1}{2}m_1a^2\dot{\varphi}^2,$$

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2V_C^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_{2z}^2 = \frac{3}{16}a^2m_2\dot{\varphi}^2 \sin^2 \varphi,$$

$$T = \frac{1}{2}m_1a^2\dot{\varphi}^2 + \frac{3}{16}a^2m_2\dot{\varphi}^2 \sin^2 \varphi.$$

Обобщенная сила:

$$Q = -\frac{1}{2}aF \sin \varphi - m_1ga \cos \varphi.$$

Уравнение Лагранжа 2-го рода :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q,$$

$$(m_1 a + \frac{3}{8} a m_2) \ddot{\varphi} + \frac{3}{4} a m_2 \dot{\varphi} \sin \varphi \cos \varphi (1 - \dot{\varphi}) = -\frac{1}{2} F \sin \varphi - m_1 g \cos \varphi.$$