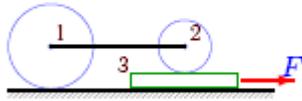


Механическая система из двух однородных цилиндров 1 и 2 и бруска 3 с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и движется под действием силы F . Трением пренебречь. Массы даны в килограммах, сила — в ньютонах. Найти ускорение бруска, скользящего по гладкой поверхности.

Задача 14.4. Зайцев Станислав



$$F = 43, m_1 = 3, m_2 = 2, m_3 = 2.$$

Решение:

Заметим, что, исходя из рисунка скорости и смещения цилиндров 1 и 2, одинаковы.

Введем систему координат:

x_1 - смещение бруска 3 (направление вправо)

x_2 - смещение цилиндра 2 (направление вправо)

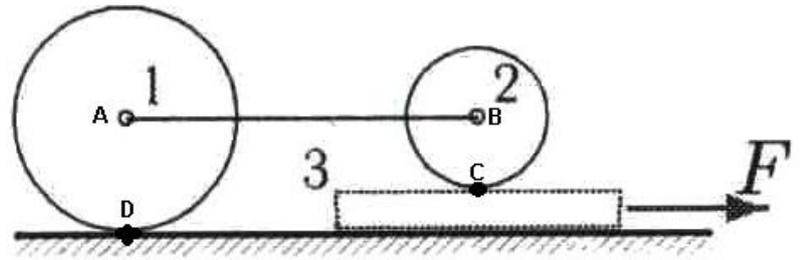
Запишем кинетическую энергию системы: $T = T_1 + T_2 + T_3$

Найдем каждое из этих слагаемых:

$$T_1 = \frac{m_1 V^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} = \frac{m_1 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_1 R_1^2 \omega_1^2}{4};$$

$$T_2 = \frac{m_2 V^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_2 R_2^2 \omega_2^2}{4};$$

$$T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_1^2}{2}.$$



Найдем угловые скорости ω_1 и ω_2 :

Составим кинематический граф:

$$C \xrightarrow{R_2, \frac{\pi}{2}} B$$

$$V_{Bx} = V_{Cx} - R_2 \omega_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \dot{x}_2 = \dot{x}_1 - R_2 \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{R_2};$$

Составим кинематический граф:

$$A \xrightarrow{R_1, -\frac{\pi}{2}} D$$

$$V_{Dx} = V_{Ax} - R_1 \omega_1 \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow 0 = \dot{x}_2 + R_1 \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{-\dot{x}_2}{R_1};$$

Посчитаем кинетическую энергию:

$$\begin{aligned} T = T_1 + T_2 + T_3 &= \frac{m_1 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_1 R_1^2 \omega_1^2}{4} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_2 R_2^2 \omega_2^2}{4} + \frac{m_3 \dot{x}_1^2}{2} = \\ &= \frac{15}{4} \dot{x}_2^2 + \frac{3}{2} \dot{x}_1^2 - \dot{x}_1 \dot{x}_2; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = 3\dot{x}_1 - \dot{x}_2 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = 3\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{15}{2} \dot{x}_2 - \dot{x}_1 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = \frac{15}{2} \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1$$

Так как в системе отсутствуют вращательные моменты, то

$$Q_1 = F \quad Q_2 = 0$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = 43; \\ \frac{15}{2}\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = 0. \end{cases} \quad \text{Решение системы: } \ddot{x}_1 = 15, \quad \ddot{x}_2 = 2.$$

\ddot{x}_1 - искомое ускорение блока

Ответ: 15.