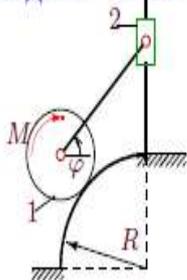


### Задача D30.20.

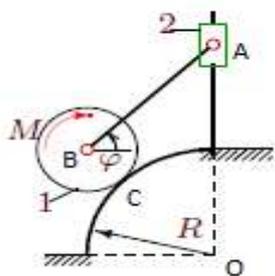
Ондар Артыш



Ось диска массой  $m_1$  радиусом  $r$  соединена стержнем длиной  $4r$  с муфтой, скользящей по вертикальной направляющей. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 3r$ . К диску приложен момент  $M$ . Масса муфты  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

### Решение

Расставим необходимые точки на рисунке:



По условию  $R=3r$  и длина стержня  $4r$ , то считаем что  $OB=BA=4r$ . И заметим, что треугольник  $OBA$  равнобедренный.

Составляем кинематический граф:

$$\begin{aligned} X: & & (1) \\ & & (2) \end{aligned}$$

Учитывая, что  $V_{Ax}=0$  и  $V_{Cy}=V_{Cx}=0$ , получаем угловую скорость диска и линейную скорость ползунка, соответственно из формул (1) и (2):

Считаем следующий граф:

И мы можем посчитать линейную скорость диска:

\_\_\_\_\_

Находим  $V_b$  :

\_\_\_\_\_

И в итоге получается, что \_\_\_\_\_ ,

.

2) Сейчас находим кинетические энергии.

Сначала считаем кинетическую энергию диска по формуле

\_\_\_\_\_ .

Мы знаем момент инерции диска:

\_\_\_\_\_, у нас \_\_\_\_\_ ;

Но угловую скорость диска мы найдем через граф:

\_\_\_\_\_

*Из найденной*

\_\_\_\_\_

Находим кинетическую энергию ползунка:

\_\_\_\_\_

Когда подставим все найденные нами параметры, то получим:

\_\_\_\_\_

А суммарная кинетическая энергия равняется:

Введем замену (массу и длину заменим):

Пусть

.

И суммарная кинетическая энергия равна:

.

Сейчас находим частные и полные производные, для того чтобы записать уравнение Лагранжа второго рода.

Сначала запишем уравнение Лагранжа:

$$L = T - V + \lambda \Phi$$

Находим частные и полную производные:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = m\dot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = m\dot{y} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \Phi$$

Тогда получается:

$$m\dot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$$

Сейчас находим обобщенную силу:

$$Q_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -mg$$

Мы берем  $V_y$  и  $V_x$ , потому что проекции сил тяжести на ось  $X$  равна 0;

$$Q_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

Упростим: Подставляем уже найденные значения.

$$m\dot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -mg$$

Сейчас подставляем полученные значения в уравнение Лагранжа:

У нас получается:

Сейчас возвращаемся к замене, напомним, что

*, тогда у нас получается:*

*Сейчас чуть - чуть упростим наше уравнение вносим 2 в скобку:*

*И можем наше уравнение разделить на 4:*

*И так наш ответ примет вид:*