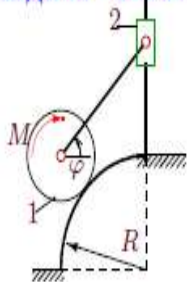


Задача D30.20.

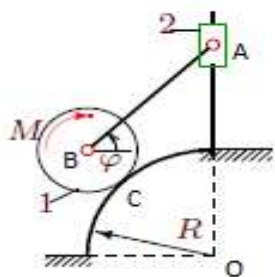
Ондар Артыш



Ось диска массой m_1 радиусом r соединена стержнем длиной $4r$ с муфтой, скользящей по вертикальной направляющей. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом $R = 3r$. К диску приложен момент M . Масса муфты m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Решение

Расставим необходимые точки на рисунке:



По условию $R=3r$ и длина стержня $4r$, то считаем что $OB=BA=4r$. И заметим, что треугольник OBA равнобедренный.

Составляем кинематический граф:

$$\begin{aligned} X: & & (1) \\ & & (2) \end{aligned}$$

Учитывая, что $V_{Ax}=0$ и $V_{Cy}=V_{Cx}=0$, получаем угловую скорость диска и линейную скорость ползунка, соответственно из формул (1) и (2):

Считаем следующий граф:

И мы можем посчитать линейную скорость диска:

Находим V_b :

И в итоге получается, что _____ ,

.

2) Сейчас находим кинетические энергии.

Сначала считаем кинетическую энергию диска по формуле

_____ .

Мы знаем момент инерции диска:

_____, у нас _____ ;

Но угловую скорость диска мы найдем через граф:

Из найденной

Находим кинетическую энергию ползунка:

Когда подставим все найденные нами параметры, то получим:

А суммарная кинетическая энергия равняется:

Введем замену (массу и длину заменим):

Пусть

.

И суммарная кинетическая энергия равна:

.

Сейчас находим частные и полные производные, для того чтобы записать уравнение Лагранжа второго рода.

Сначала запишем уравнение Лагранжа:

$$L = T - V + \lambda \Phi$$

Находим частные и полную производные:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = m\ddot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = m\ddot{y} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \Phi$$

Тогда получается:

$$m\ddot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$$

Сейчас находим обобщенную силу:

$$Q_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -mg$$

Мы берем V_y и V_x , потому что проекции сил тяжести на ось X равна 0;

$$Q_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

Упростим: Подставляем уже найденные значения.

$$m\ddot{x} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -mg$$

Сейчас подставляем полученные значения в уравнение Лагранжа:

У нас получается:

Сейчас возвращаемся к замене, напомним, что

, тогда у нас получается:

Сейчас чуть - чуть упростим наше уравнение вносим 2 в скобку:

И можем наше уравнение разделить на 4:

И так наш ответ примет вид: