

Задача. Расчет сжатого стержня на устойчивость

Чугунный стержень длиной  $l = 1.1$  м сжимается силой  $F = 100$  кН.

Требуется 1) найти размеры сечения при  $[\sigma] = 130$  МПа; 2) найти значение критической силы и коэфф. запаса устойчивости.

В соответствии с условием закрепления *коэффициент приведения*  $\mu = 1$ .

---



Площадь ( квадрат )  $A = b^2$ , момент инерции  $J_{min} = b^4/12$ .

Решение

Размер сечения найдем методом подбора. Для первой попытки примем  $\varphi = 0.5$ .

1) Площадь сечения

$$A = \frac{F}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{130 \cdot 10^6 \cdot 0.5} \cdot 10^4 = 15.38 \text{ см}^2.$$

Сторона квадрата  $b = \sqrt{A} = \sqrt{15.38} = 3.92$  см.

Радиус инерции  $i = \sqrt{J_{min}/A} = \sqrt{(b^4/12)/b^2} = b/\sqrt{12} = 1.13$  см.

Найдем **гибкость**  $\lambda = l\mu/i = 110 \cdot 1/1.13 = 97.15$ .

По таблице интерполируя, между 0.2 при  $\lambda = 90$  и 0.16 при  $\lambda = 100$ , найдем  $\varphi = 0.2 - \frac{0.2-0.16}{10}(97.15 - 90) = 0.171$

Относительная разница

$$\frac{|\varphi_1 - \varphi_0|}{\varphi_0} = \frac{|0.171 - 0.5|}{0.5} = 0.66 > 0.05.$$

Примем  $\varphi = (0.171 + 0.5)/2 = 0.336$  и повторим расчет.

2) Площадь сечения

$$A = \frac{F}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{130 \cdot 10^6 \cdot 0.336} \cdot 10^4 = 22.91 \text{ см}^2.$$

Сторона квадрата  $b = \sqrt{A} = \sqrt{22.91} = 4.79$  см.

Радиус инерции  $i = b/\sqrt{12} = 1.38$  см.

Найдем **гибкость**  $\lambda = l\mu/i = 110 \cdot 1/1.38 = 79.6$ .

По таблице интерполируя, между 0.34 при  $\lambda = 70$  и 0.26 при  $\lambda = 80$ , найдем  $\varphi = 0.34 - \frac{0.34-0.26}{10}(79.6 - 70) = 0.263$

Относительная разница

$$\frac{|\varphi_1 - \varphi_0|}{\varphi_0} = \frac{|0.263 - 0.336|}{0.336} = 0.22 > 0.05.$$

Примем  $\varphi = (0.263 + 0.336)/2 = 0.3$  и повторим расчет.

3) Площадь сечения

$$A = \frac{F}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{130 \cdot 10^6 \cdot 0.3} \cdot 10^4 = 25.69 \text{ см}^2.$$

Сторона квадрата  $b = \sqrt{A} = \sqrt{25.69} = 5.07$  см.

Радиус инерции  $i = b/\sqrt{12} = 1.46$  см.

Найдем **гибкость**  $\lambda = l\mu/i = 110 \cdot 1/1.46 = 75.18$ .

По таблице интерполируя, между 0.34 при  $\lambda = 70$  и 0.26 при  $\lambda = 80$ , найдем  $\varphi = 0.34 - \frac{0.34-0.26}{10}(75.18 - 70) = 0.3$

Относительная разница

$$\frac{|\varphi_1 - \varphi_0|}{\varphi_0} = \frac{|0.3 - 0.3|}{0.3} = 0.3 \cdot 10^{-2} < 0.05.$$

Таким образом, сечение имеет размер  $b = 5.07$  см.

**гибкость**  $\lambda = 75.18 < 100$ .

Для определения критической силы используем формулу

*Ясинского*

$$F_k = A(a - b\lambda + c\lambda^2).$$

Для чугуна 3  $a = 776$  МПа,  $b = 12$  МПа,  $c = 0.053$  МПа.

Коэффициент запаса устойчивости  $n_y = F_k/F$

Таблица

Гиб- кость $\lambda$	Ст. 2 Ст. 3 Ст. 4	Ст.5	Д16Т	Чугун	Дерево
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	0.99	0.98	1.00	0.97	0.99
20	0.96	0.96	1.00	0.91	0.97
30	0.94	0.93	0.84	0.81	0.93
40	0.92	0.89	0.70	0.69	0.87
50	0.89	0.85	0.57	0.57	0.80
60	0.86	0.80	0.46	0.44	0.71
70	0.81	0.74	0.35	0.34	0.61
80	0.75	0.67	0.27	0.26	0.48
90	0.69	0.59	0.21	0.20	0.38
100	0.60	0.50	0.17	0.16	0.31
110	0.52	0.43	0.14	-	0.26
120	0.45	0.37	0.12	-	0.22
130	0.40	0.32	0.10	-	0.18
140	0.36	0.28	0.09	-	0.16
150	0.32	0.25	0.08	-	0.14
160	0.29	0.23	-	-	0.12
170	0.26	0.21	-	-	0.11
180	0.23	0.19	-	-	0.10
190	0.21	0.17	-	-	0.09
200	0.19	0.15	-	-	0.08