

Задача

Расчет сжатого стержня на устойчивость

Дано: шарнирно опертый по концам стержень квадратного сечения, сжатый силой $P = 100\text{кН}$. Длина стержня $l = 1.17\text{ м}$.

Решение

Размеры сечения (квадрат) найдем методом подбора.

Пусть $\varphi = 0.5$.

1) **Площадь** сечения $F = \frac{P}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6 \cdot 0.5} \cdot 10^4 = 200\text{ см}^2$.

Сторона квадрата $b = \sqrt{F} = 14.14\text{ см}$.

Радиус инерции $i = \sqrt{I/F} = \sqrt{(b^4/12)/b^2} = b/\sqrt{12} = 4.08\text{ см}$.

Найдем гибкость $\lambda = l\mu/i = 117 \cdot 1/4.08 = 28.66$.

По таблице для материала сосна интерполируя, между 0.97 при $\lambda = 20$ и 0.93 при $\lambda = 30$, найдем соответствующее значение $\varphi = 0.97 - \frac{0.97-0.93}{10}(28.66 - 20) = 0.935$

Допускаемое напряжение $[\sigma_y] = \varphi[\sigma] = 0.935 \cdot 10 = 9.35\text{ МПа}$.

Напряжение в стойке $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^{-4}} = 5\text{ МПа}$.

Относительная разница $\frac{|[\sigma_y]-\sigma|}{\sigma} = \frac{|9.35-5|}{5} = 0.87 > 0.05$.

Примем $\varphi = (0.935 + 0.5)/2 = 0.718$ и повторим расчет.

2) **Площадь** сечения $F = \frac{P}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6 \cdot 0.718} \cdot 10^4 = 139.34\text{ см}^2$.

Сторона квадрата $b = \sqrt{F} = 11.8\text{ см}$.

Радиус инерции $i = b/\sqrt{12} = 3.4\text{ см}$.

Найдем гибкость $\lambda = l\mu/i = 117 \cdot 1/3.4 = 34.34$.

По таблице интерполируя, между 0.93 при $\lambda = 30$ и 0.87 при $\lambda = 40$, найдем соответствующее значение $\varphi = 0.93 - \frac{0.93-0.87}{10}(34.34 - 30) = 0.9$

Допускаемое напряжение $[\sigma_y] = \varphi[\sigma] = 0.9 \cdot 10 = 9.04\text{ МПа}$.

Напряжение в стойке $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{139.34 \cdot 10^{-4}} = 7.18\text{ МПа}$.

Относительная разница $\frac{|[\sigma_y]-\sigma|}{\sigma} = \frac{|9.04-7.18|}{7.18} = 0.26 > 0.05$.

Примем $\varphi = (0.9 + 0.718)/2 = 0.811$ и повторим расчет.

3) **Площадь** сечения $F = \frac{P}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6 \cdot 0.811} \cdot 10^4 = 123.33\text{ см}^2$.

Сторона квадрата $b = \sqrt{F} = 11.1\text{ см}$.

Радиус инерции $i = b/\sqrt{12} = 3.2\text{ см}$.

Найдем гибкость $\lambda = l\mu/i = 117 \cdot 1/3.2 = 36.5$.

По таблице интерполируя, между 0.93 при $\lambda = 30$ и 0.87 при $\lambda = 40$, найдем соответствующее значение $\varphi = 0.93 - \frac{0.93-0.87}{10}(36.5 - 30) = 0.9$

Допускаемое напряжение $[\sigma_y] = \varphi[\sigma] = 0.9 \cdot 10 = 8.91\text{ МПа}$.

Напряжение в стойке $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{123.33 \cdot 10^{-4}} = 8.1\text{ МПа}$.

Относительная разница $\frac{|[\sigma_y]-\sigma|}{\sigma} = \frac{|8.91-8.1|}{8.1} = 0.1 > 0.05$.

Примем $\varphi = (0.9 + 0.811)/2 = 0.851$ и повторим расчет.

4) **Площадь** сечения $F = \frac{P}{[\sigma]\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6 \cdot 0.851} \cdot 10^4 = 117.52\text{ см}^2$.

Сторона квадрата $b = \sqrt{F} = 10.84$ см.

Радиус инерции $i = b/\sqrt{12} = 3.13$ см.

Найдем гибкость $\lambda = l\mu/i = 117 \cdot 1/3.13 = 37.39$.

По таблице интерполируя, между 0.93 при $\lambda = 30$ и 0.87 при $\lambda = 40$, найдем соответствующее значение $\varphi = 0.93 - \frac{0.93-0.87}{10}(37.39 - 30) = 0.886$

Допускаемое напряжение $[\sigma_y] = \varphi[\sigma] = 0.886 \cdot 10 = 8.86$ МПа.

Напряжение в стойке $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{117.52 \cdot 10^{-4}} = 8.5$ МПа.

Относительная разница $\frac{|[\sigma_y]-\sigma|}{\sigma} = \frac{|8.86-8.5|}{8.5} = 0.04 < 0.05$.

Таким образом, сечение имеет размер $b = 10.84$ см.

Таблица

Гиб- кость λ	Ст. 2 Ст. 3 Ст. 4	Ст.5	Чугун	Дерево
0	1.00	1.00	1.00	1.00
10	0.99	0.98	0.97	0.99
20	0.96	0.96	0.91	0.97
30	0.94	0.93	0.81	0.93
40	0.92	0.89	0.69	0.87
50	0.89	0.85	0.57	0.80
60	0.86	0.80	0.44	0.71
70	0.81	0.74	0.34	0.61
80	0.75	0.67	0.26	0.48
90	0.69	0.59	0.20	0.38
100	0.60	0.50	0.16	0.31
110	0.52	0.43	-	0.26
120	0.45	0.37	-	0.22
130	0.40	0.32	-	0.18
140	0.36	0.28	-	0.16
150	0.32	0.25	-	0.14
160	0.29	0.23	-	0.12
170	0.26	0.21	-	0.11
180	0.23	0.19	-	0.10
190	0.21	0.17	-	0.09
200	0.19	0.15	-	0.08