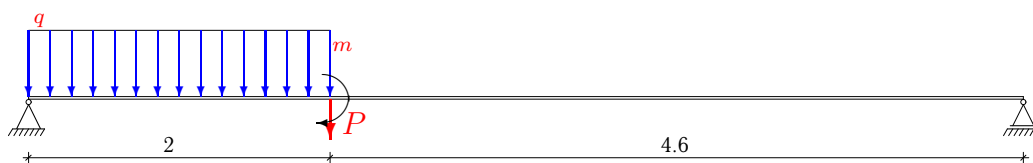


30.1.2014 г.

Расчет балки. Контрольная задача 2.

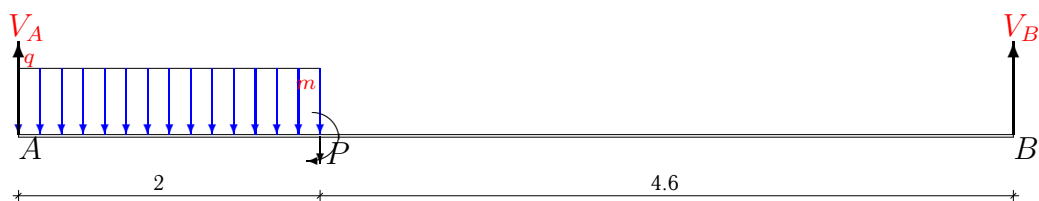


$$P = 25 \text{ кН}, \quad q = 18 \text{ кН/м}, \quad m = 20 \text{ кНм}, \quad \gamma_f = 1.15.$$

Расчетные нагрузки:

$$P = 25 \cdot 1.15 = 28.75 \text{ кН}, \quad q = 18 \cdot 1.15 = 20.7 \text{ кН/м}, \quad m = 20 \cdot 1.15 = 23 \text{ кНм},$$

1. *Определение реакций опор*



$$\sum m_A = V_B \cdot 6.6 - 20.7 \cdot 2 \cdot 1 - 23 - 28.75 \cdot 2 = 0.$$

$$V_B = \frac{121.9}{6.6} = 18.47 \text{ кН}.$$

$$\sum m_B = -V_A \cdot 6.6 + 20.7 \cdot 2 \cdot 5.6 - 23 + 28.75 \cdot 4.6 = 0.$$

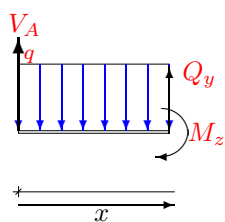
$$V_A = \frac{341.1}{6.6} = 51.68 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum y = -2 \cdot 20.7 - 28.75 + 51.68 + 18.47 = 0.$

Построение эпюр Q и M

2 участка.

1) $0 \leq x \leq 2 \text{ м},$

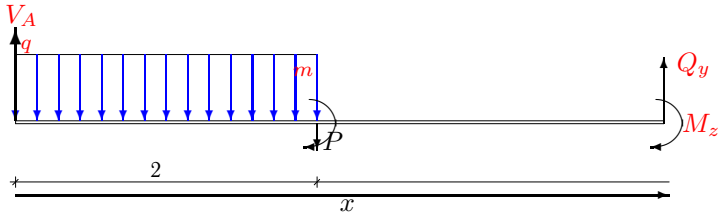


$$M_z = +51.68 \cdot x - 20.7 \cdot x^2 / 2$$

$$Q_y = +51.68 - 20.7 \cdot x$$

$$Q(0) = 51.68 \text{ кН}, \quad Q(2) = 10.28 \text{ кН}, \quad M(0) = 0, \quad M(2) = 61.96 \text{ кНм},$$

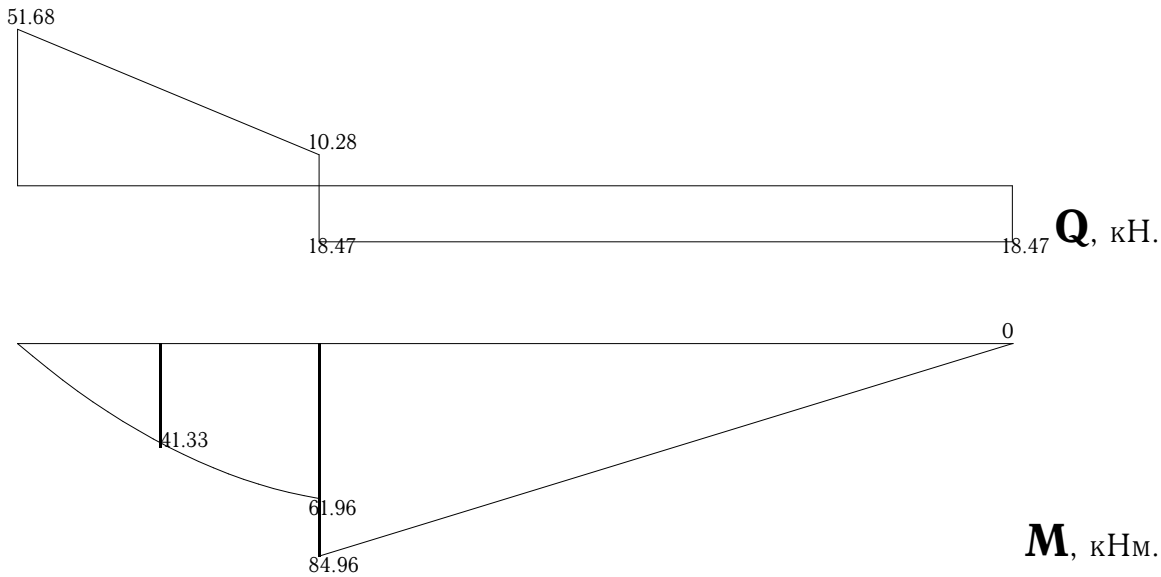
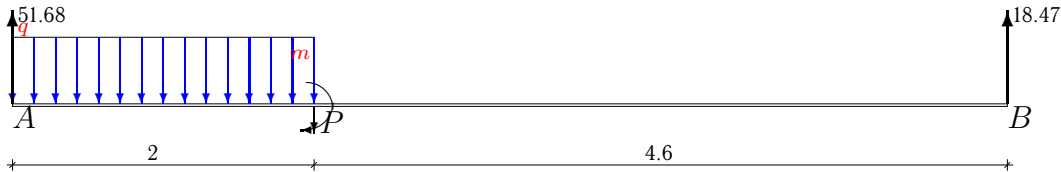
2) $2 \text{ м} \leq x \leq 6.6 \text{ м},$



$$M_z = +23 - 28.75 \cdot (x - 2) + 51.68 \cdot x - 20.7 \cdot 2 \cdot (x - 1)$$

$$Q_y = -28.75 + 51.68 - 20.7 \cdot 2$$

$$Q(2) = -18.47 \text{ кН}, Q(6.6) = -18.47 \text{ кН}, M(2) = 84.96 \text{ кНм}, M(6.6) = -0 \text{ кНм},$$



Подбор сечения двутавра из условия прочности

Так как $k_{пч} = 1.3$ и нормативное сопротивление $R^n = 300$ МПа, то

$$W_{тр} = \frac{M_{max} k_{пч}}{R_n} = \frac{84.96 \cdot 10^{-3} \cdot 1.3}{300} = 3.68 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 368.16 \text{ см}^3$$

Принимаем двутавр номер 27 ГОСТ 8239-72, для которого $S = S_x^{(1/2)} = 210 \text{ см}^3 > 0.5 W_{тр} = 184.08 \text{ см}^3$

Согласно ГОСТ 8239-72: $t = 0.98$ см, $h = 27$ см, $d = 0.6$ см, $I = 5010 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, $b = 12.5$ см.

Определение напряжений в заданном поперечном сечении двутавровой балки. (Пластичный материал)

Рассмотрим поперечное сечение с координатой $x = 0.5$ м.

Поперечная сила в этом сечении $Q = 41.33$ кН, изгибающий **момент** $M_z = 23.25$ кНм.

Напряженное состояние вблизи точек 1-7 сечения.

Для двутавра $27 t = 0.98$ см, $h = 27$ см, $d = 0.6$ см, $b = 12.5$ см.

Нормальные напряжения:

$$\sigma_{x(k)} = -\frac{M_z y_k}{I} = \frac{-23.25 \cdot 10^3 \cdot y_k \cdot 10^{-2}}{5010 \cdot 10^{-8}} = -4.64 \cdot 10^6 y_k. \quad (y_k - \text{в см.})$$

Точка 1 : $y_1 = 13.5$ см, $\sigma_{x(1)} = -4.64 \cdot 13.5 = -62.66$ МПа.

Точка 2 : $y_2 = 12.52$ см, $\sigma_{x(2)} = -4.64 \cdot 12.52 = -58.1$ МПа.

Точка 3 : $y_3 = 6.75$ см, $\sigma_{x(3)} = -4.64 \cdot 6.75 = -31.33$ МПа.

Точка 4 : $y_4 = 0$, $\sigma_{x(4)} = 0$,

Точка 5 : $y_5 = -6.75$ см, $\sigma_{x(5)} = 4.64 \cdot 6.75 = 31.33$ МПа.

Точка 6 : $y_6 = -12.52$ см, $\sigma_{x(6)} = 4.64 \cdot 12.52 = 58.1$ МПа.

Точка 7 : $y_7 = -13.5$ см, $\sigma_{x(7)} = 4.64 \cdot 13.5 = 62.66$ МПа.

Касательные напряжения. Точки 1-7:

$$\tau_{xy(k)} = -\frac{QS_z}{I d} = \frac{-41.33 \cdot 10^3}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 0.6 \cdot 10^{-2}} \cdot S_z \cdot 10^{-6} = -137.4927 \cdot 10^3 S_z. \quad (S_z \text{ в см}^3)$$

Статические моменты отсеченных частей относительно оси z:

Точки 2 и 6: $S_z^{(2,6)} = bt \frac{h-t}{2} = 159.37 \text{ см}^3$.

Точки 3 и 5: $S_z^{(3,5)} = S_z^{(2,6)} + d(\frac{h}{4} - t)[\frac{1}{2}(\frac{h}{4} - t) + \frac{h}{4}] = 192.73 \text{ см}^3$.

Точка 4: $S_z^{(4)} = S_z^{1/2} = 210 \text{ см}^3$. (по таблицам ГОСТа)

Точки 1,7: $S_z^{(1,7)} = 0$.

Касательные напряжения:

Точки 1,7: $\tau_{xy} = 0$,

Точка 2 и 6 : $\tau_{xy} = -137.5 \cdot 159.37 \cdot 10^{-3} = -21.91$ МПа.

Точка 3 и 5 : $\tau_{xy} = -137.5 \cdot 192.73 \cdot 10^{-3} = -26.5$ МПа.

Точка 4 : $\tau_{xy} = -137.5 \cdot 210 \cdot 10^{-3} = -28.87$ МПа.

Вычисляем главные напряжения, определяем положения главных осей, приведенные напряжения и коэффициенты запаса для точек 1-7:

$$\sigma_{max,min} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad \alpha_{max} = \arctg\left(\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{min}}\right).$$

Приведенные напряжения вычисляются по 3 гипотезе прочности для пластичного материала (сталь)

$$\sigma_i^{пл} = \sigma_1 - \sigma_3, \quad k_{пч} = R^n / \sigma_i$$

Точка 1 : $\sigma_{min(1)} = -62.66/2 - \sqrt{(-62.66)^2/4 + 0^2} = -31.33 - \sqrt{981.47} = -62.66$ МПа.

$$\sigma_{max(1)} = -31.33 + \sqrt{981.47} = 0 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(1)} = 0 + 62.66 = 62.66 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/62.66 = 4.79$$

$$\alpha_{max} = 90^\circ.$$

Точка 2 : $\sigma_{min(2)} = -58.1/2 - \sqrt{(-58.1)^2/4 + 21.91^2} = -29.05 - \sqrt{1324.3} = -65.45$ МПа.

$$\sigma_{max(2)} = -29.05 + \sqrt{1324.3} = 7.34 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(2)} = 7.34 + 65.45 = 72.78 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/72.78 = 4.12$$

$$\alpha_{max} = \arctg(-21.91/(-58.1 + 65.45)) = -71.49^\circ.$$

Точка 3: $\sigma_{min(3)} = -31.33/2 - \sqrt{(-31.33)^2/4 + 26.5^2} = -15.66 - \sqrt{947.55} = -46.45$ МПа.

$$\sigma_{max(3)} = -15.66 + \sqrt{947.55} = 15.12 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(3)} = 15.12 + 46.45 = 61.56 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/61.56 = 4.87$$

$$\alpha_{max} = \arctg(-26.5/(-31.33 + 46.45)) = -60.3^\circ.$$

Точка 4: $\sigma_{min(4)} = 0/2 - \sqrt{(0)^2/4 + 28.87^2} = 0 - \sqrt{833.68} = -28.87$ МПа.

$$\sigma_{max(4)} = 0 + \sqrt{833.68} = 28.87 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(4)} = 28.87 + 28.87 = 57.75 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/57.75 = 5.2$$

$$\alpha_{max} = \arctg(-28.87/(0 + 28.87)) = -45^\circ.$$

Точка 5: $\sigma_{min(5)} = 31.33/2 - \sqrt{(31.33)^2/4 + 26.5^2} = 15.66 - \sqrt{947.55} = -15.12$ МПа.

$$\sigma_{max(5)} = 15.66 + \sqrt{947.55} = 46.45 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(5)} = 46.45 + 15.12 = 61.56 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/61.56 = 4.87$$

$$\alpha_{max} = \arctg(-26.5/(31.33 + 15.12)) = -29.7^\circ.$$

Точка 6: $\sigma_{min(6)} = 58.1/2 - \sqrt{(58.1)^2/4 + 21.91^2} = 29.05 - \sqrt{1324.3} = -7.34$ МПа.

$$\sigma_{max(6)} = 29.05 + \sqrt{1324.3} = 65.45 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(6)} = 65.45 + 7.34 = 72.78 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/72.78 = 4.12$$

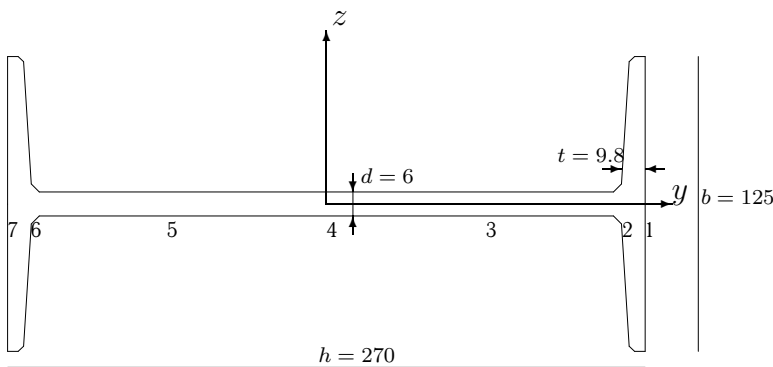
$$\alpha_{max} = \arctg(-21.91/(58.1 + 7.34)) = -18.51^\circ.$$

Точка 7: $\sigma_{min(7)} = 62.66/2 - \sqrt{(62.66)^2/4 + 0^2} = 31.33 - \sqrt{981.47} = 0$ МПа.

$$\sigma_{max(7)} = 31.33 + \sqrt{981.47} = 62.66 \text{ МПа.}$$

$$\sigma^{i(7)} = 62.66 + 0 = 62.66 \text{ МПа.} \quad k_{пч} = 300/62.66 = 4.79$$

$$\alpha_{max} = \arctg(0/(62.66 + 0)) = 0^\circ.$$



Двутавр 27 ГОСТ 8239-72

