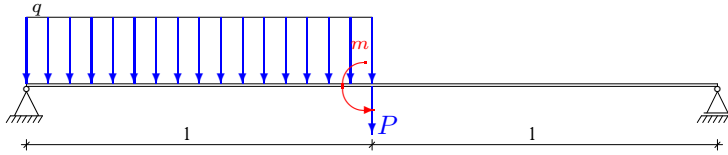
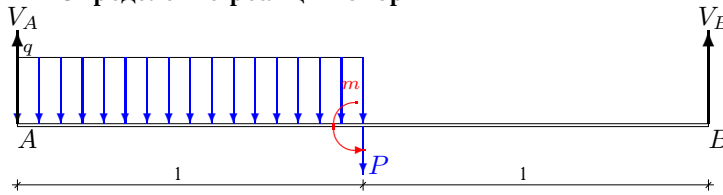


Расчет балки



$P = 10\text{кН}, q = 3\text{кН/м}, m = 2\text{ кНм},$

**Определение реакций опор**



$$\sum m_A = V_B \cdot 2 - 3 \cdot 1 \cdot 0.5 + m - P \cdot 1 = 0.$$

$$V_B = \frac{9.5}{2} = 4.75\text{кН}.$$

$$\sum m_B = -V_A \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 1.5 + m + P \cdot 1 = 0.$$

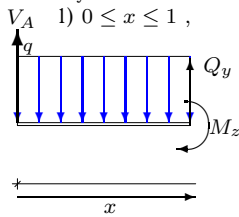
$$V_A = \frac{16.5}{2} = 8.25\text{кН}.$$

Проверка:  $\sum y = -1 \cdot 3 - 10 + 8.25 + 4.75 = 0.$

**Построение эпюр Q и M**

2 участка.

1)  $0 \leq x \leq 1,$

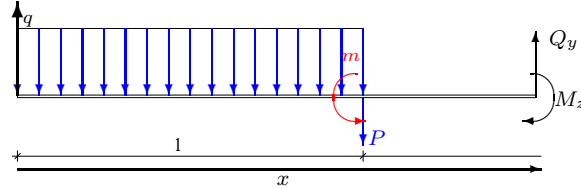


$$M_z = +8.25 \cdot x - 3 \cdot x^2/2$$

$$Q_y = +8.25 - 3 \cdot x$$

$$Q(0) = 8.25\text{ кН}, Q(1) = 5.25\text{ кН}, M(0) = 0\text{ кНм}, M(1) = 6.75\text{ кНм},$$

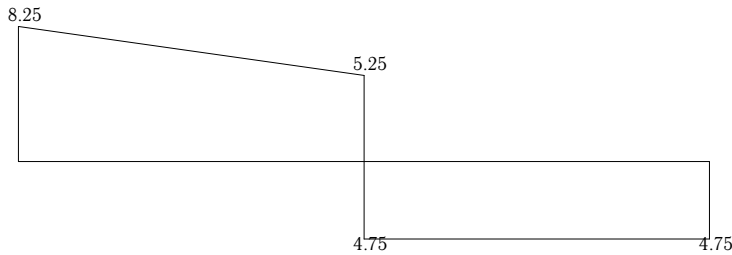
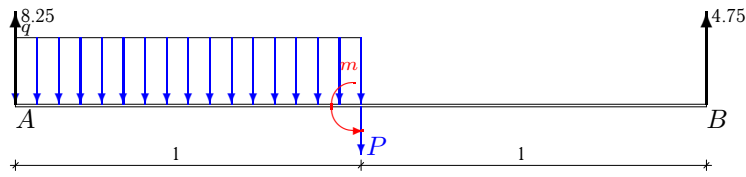
2)  $1 \leq x \leq 2,$



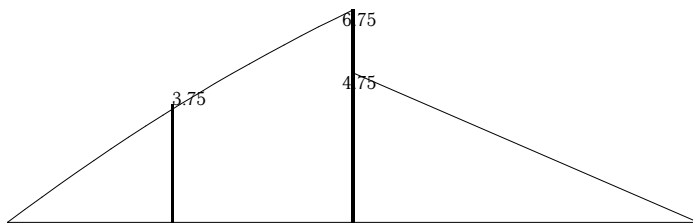
$$M_z = -2 - 10 \cdot (x - 1) + 8.25 \cdot x - 3 \cdot 1 \cdot (x - 0.5)$$

$$Q_y = -10 + 8.25 - 3 \cdot 1$$

$$Q(1) = -4.75\text{ кН}, Q(2) = -4.75\text{ кН}, M(1) = 4.75\text{ кНм}, M(2) = 0\text{ кНм},$$



**Q**, кН.



**M**, кНм.

**Подбор сечения двутавра из условия прочности**

Нормативное сопротивление  $R^n = 160$  МПа, то

$$W_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{max}} k_{\text{ПЧ}}}{R^n} = \frac{6.75 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{160} = 0.42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 42.19 \text{ см}^3$$

Принимаем двутавр номер 10 ГОСТ 8239-72, для которого

$$S = S_x^{(1/2)} = 23 \text{ см}^3 > 0.5 W_{\text{тр}} = 21.1 \text{ см}^3$$

Из ГОСТ 8239-72:  $t = 0.72$  см,  $h = 10$  см,  $d = 0.45$  см,  $I = 198 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ ,  $b = 5.5$  см.

**Подбор сечения деревянной балки круглого сечения из условия прочности.**

Для дерева коэффициент запаса прочности  $k_{\text{ПЧ}} = 1$ , нормативное сопротивление  $R^n = 1$  МПа. Вычислим необходимый момент сопротивления

$$W_{\text{тр}} = \frac{6.75 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{1} = 6.75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 6750 \text{ см}^3$$

Момент сопротивления для круглого сечения  $W = \frac{I}{y_{\text{max}}} = \frac{\pi d^3}{32}$ .

Необходима круглая балка диаметром

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6750}{3.14}} = \sqrt[3]{68789.8} = 40.95 \text{ см.}$$

Расчет деформаций балки

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

**I участок** ( $0 \leq x \leq 1\text{м}$ )

$$EI_z v'' = +8.25 \cdot x - 3 \cdot x^2/2;$$

$$EI_z v' = +8.25 \cdot x^2/2 - 3 \cdot x^3/6 + C_1;$$

$$EI_z v = +8.25 \cdot x^3/6 - 3 \cdot x^4/24 + C_1 x + D_1;$$

**II участок** ( $1 \leq x \leq 2\text{м}$ )

$$EI_z v'' = -10 \cdot (x-1) + 8.25 \cdot x - 2 \cdot (x-1)^0 - 3 \cdot x^2/2 + 3 \cdot (x-1)^2/2;$$

$$EI_z v' = -10 \cdot (x-1)^2/2 + 8.25 \cdot x^2/2 - 2 \cdot (x-1)^1 - 3 \cdot x^3/6 + 3 \cdot (x-1)^3/6 + C_2;$$

$$EI_z v = -10 \cdot (x-1)^3/6 + 8.25 \cdot x^3/6 - 2 \cdot (x-1)^2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot x^4/24 + 3 \cdot (x-1)^4/24 + C_2 x + D_2;$$

Определение констант интегрирования

Условие сопряжения кривой прогиба на границах участков:  $v'_1 = v'_2$  при  $x = 1$ , следовательно,  $C_1 = C_2 = C$ ,

$v_1 = v_2$  при  $x = 1$ , отсюда  $D_1 = D_2 = D$ ,

Константы и  $D$  определяются из граничных условий на опорах:  $v_1 = 0$  при  $x = 0$ ,  $v_2 = 0$  при  $x = 2$ .

Имеем

$$EI_z v(0) = +8.25 \cdot 0^3/6 - 3 \cdot 0^4/24 + C \cdot 0 + D = +C \cdot 0 + D = 0 + C \cdot 0 + D.$$

$$EI_z v(2) = -10 \cdot (2-1)^3/6 + 8.25 \cdot 2^3/6 - 2 \cdot (2-1)^2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 2^4/24 + 3 \cdot (2-1)^4/24 + C \cdot 2 + D = -1.67 + 11 - 1 - 2 + 0.13 + C \cdot 2 + D = 6.46 + C \cdot 2 + D.$$

Уравнения для констант  $C$  и  $D$

$$0.00 + 0C + D = 0; \quad 6.46 + 2C + D = 0;$$

$$\text{Найдем: } C = \frac{-6.46}{2} = -3.23 \text{ кНм}^2$$

$$D = 0;$$

Для двутавра N 10 момент инерции  $I_z = 198 \text{ см}^4$ .

$$EI_z = 220 \cdot 10^3 \cdot 198 \cdot 10^{-8} = 0.44 \text{ кНм}^2.$$

8. Прогибы балки в трех точках пролета при  $EI_z = 0 \text{ кНм}^2$ .

$$EI_z v(1.5) = -10 \cdot (1.5-1)^3/6 + 8.25 \cdot 1.5^3/6 - 2 \cdot (1.5-1)^2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 1.5^4/24 + 3 \cdot (1.5-1)^4/24 + C \cdot 1.5 + D = -0.2 + 4.64 - 0.25 - 0.63 + 0.78 \cdot 10^{-2} - 3.23 \cdot 1.5 + 0 = -1.29 \text{ кНм}^3;$$

$$v(1.5) = \frac{-1.29 \cdot 1000}{0.44} = -2953.3 \text{ мм}.$$

В середине пролета:

$$EI_z v(1) = -10 \cdot (1-1)^3/6 + 8.25 \cdot 1^3/6 - 2 \cdot (1-1)^2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 1^4/24 + 3 \cdot (1-1)^4/24 + C \cdot 1 + D = +1.38 - 0.13 - 3.23 \cdot 1 + 0 = -1.98 \text{ кНм}^3;$$

$$v(1) = \frac{-1.98 \cdot 1000}{0.44} = -4543.54 \text{ мм}.$$

$$EI_z v(0.5) = +8.25 \cdot 0.5^3/6 - 3 \cdot 0.5^4/24 + C \cdot 0.5 + D = +0.17 - 0.78 \cdot 10^{-2} - 3.23 \cdot 0.5 + 0 = -1.45 \text{ кНм}^3;$$

$$v(0.5) = \frac{-1.45 \cdot 1000}{0.44} = -3329.94 \text{ мм}.$$

Углы поворота сечений над опорами

$$EI_z v'(0) = C = -3.23 = -3.23 \text{ кНм}^2;$$

$$v'(0) = \frac{-3.23}{0.44} = -7.41315.$$

$$EI_z v'(2) = -10 \cdot (2-1)^2/2 + 8.25 \cdot 2^2/2 - 2 \cdot (2-1)^1 - 3 \cdot 2^3/6 + 3 \cdot (2-1)^3/6 + C =$$
$$-5 + 16.5 - 2 - 4 + 0.5 - 3.23 = 2.77 \text{ кНм}^2;$$
$$v'(2) = \frac{2.77}{0.44} = 6.36096.$$

Изогнутая ось балки

