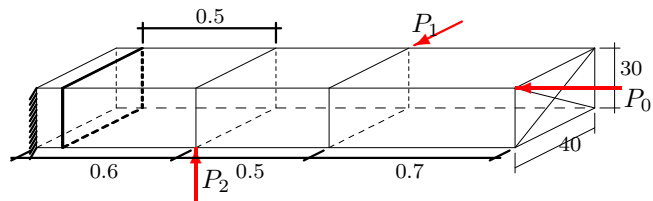


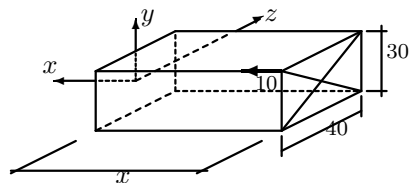
Сложное сопротивление бруса



Дано: $a = 0.5\text{м}$, $b = 40\text{см}$, $h = 30\text{см}$, $l_1 = 0.7\text{м}$, $l_2 = 0.5\text{м}$, $l_3 = 0.6\text{м}$, $P_0 = 10\text{кН}$, $P_1 = 20\text{кН}$, $P_2 = 32\text{кН}$,

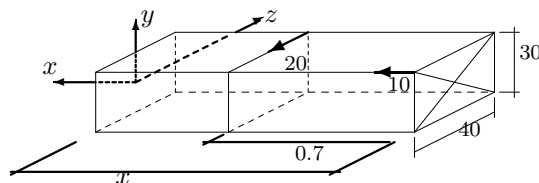
Вычислим N , Q_y , Q_z , M_x , M_y , M_z по участкам:

1 участок ($0.0 \leq x \leq 0.7\text{ м}$)



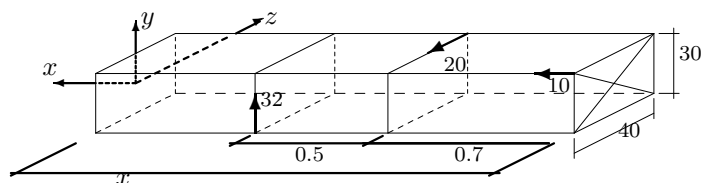
$$N = 10\text{кН}; Q_y = 0; Q_z = 0; M_x = 0; M_y = +10 \cdot 0.2 = 2\text{кНм}; M_z = +10 \cdot 0.15 = 1.5\text{кНм};$$

2 участок ($0.7 \leq x \leq 1.2\text{ м}$)



$$N = 10\text{кН}; Q_y = 0; Q_z = -20\text{кН}; M_x = +20 \cdot 0.15 = 3\text{кНм}; M_y(0.7) = +10 \cdot 0.2 = 2\text{кНм}; M_y(1.2) = +10 \cdot 0.2 + 20 \cdot 0.5 = 12\text{кНм}; M_z = +10 \cdot 0.15 = 1.5\text{кНм};$$

3 участок ($1.2 \leq x \leq 1.8\text{ м}$)



$$N = 10\text{кН}; Q_y = 32\text{кН}; Q_z = -20\text{кН}; M_x = -32 \cdot 0.2 + 20 \cdot 0.15 =$$

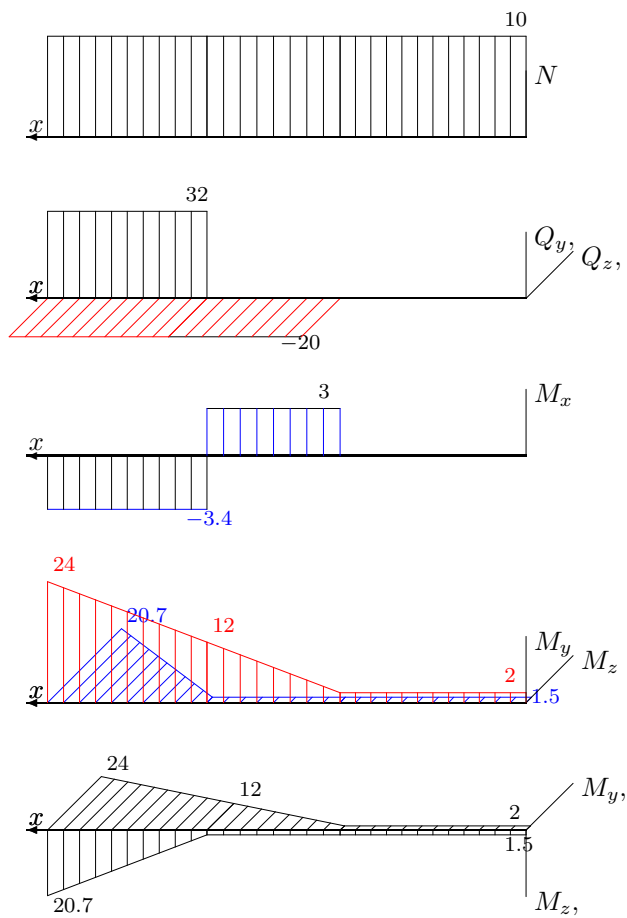
-3.4кНм ; $M_y(1.2) = +10 \cdot 0.2 + 20 \cdot 0.5 = 12\text{кНм}$; $M_y(1.8) = +10 \cdot 0.2 + 20 \cdot 1.1 = 24\text{кНм}$; $M_z(1.2) = +10 \cdot 0.15 = 1.5\text{кНм}$; $M_z(1.8) = +10 \cdot 0.15 + 32 \cdot 0.6 = 20.7\text{кНм}$.

Вычислим значения N , Q_y , Q_z , M_x , M_y , M_z в расчетном сечении

$$N = 10 \text{ кН}, \quad Q_y = 32\text{кН}, \quad Q_z = -20 \text{ кН}.$$

$$M_x = -3.4 \text{ кНм}, \quad M_y = 22 \text{ кНм}, \quad M_z = 17.5 \text{ кНм}.$$

По полученным значениям строим эпюры



Расчет прочности бруса в заданном сечении

Вычислим геометрические характеристики сечения

$$A = b \cdot h = 40 \cdot 30 = 1200 \text{ см}^2;$$

$$J_x = \beta b h^3 = 0.18 \cdot 40 \cdot 30^3 = 194400 \text{ см}^4;$$

$$J_y = h b^3 / 12 = 30 \cdot 40^3 / 12 = 160000 \text{ см}^4;$$

$$J_z = b h^3 / 12 = 40 \cdot 30^3 / 12 = 90000 \text{ см}^4;$$

Вычислим нормальные напряжения:

От нормальной силы

$$\sigma_x^N = -N/A = -10 \cdot 10^{-3} / (1200 \cdot 10^{-4}) = -8.33 \cdot 10^{-2} \text{ МПа};$$

От изгибающего момента M_y

$$\sigma_x^{M_y} = \pm M_y z / J_y = \pm \frac{22 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3}}{160000 \cdot 10^{-8}} = \pm 2.75 \text{ МПа};$$

От изгибающего момента M_z

$$\sigma_x^{M_z} = \pm M_z y / J_z = \pm \frac{17.5 \cdot 0.15 \cdot 10^{-3}}{90000 \cdot 10^{-8}} = \pm 2.92 \text{ МПа};$$

Определим касательные напряжения

– от поперечной силы Q_y :

$$\tau_y^{Q_y} = \frac{3Q_y}{2A} = -\frac{3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1200 \cdot 10^{-4}} = -0.4 ;$$

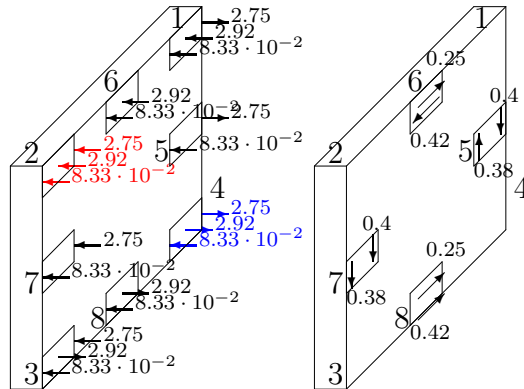
– от поперечной силы Q_z :

$$\tau_z^{Q_z} = \frac{3Q_z}{2A} = +\frac{3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1200 \cdot 10^{-4}} = 0.25 \text{ МПа};$$

– от крутящего момента M_x :

$$\text{в точках 6,8: } \tau_z^{M_x} = \frac{M_x}{\alpha_1 b h^2} = \frac{-3.4 \cdot 10^{-3}}{0.22 \cdot 0.4 \cdot (0.3)^2} = -0.42 \text{ МПа};$$

$$\text{в точках 5 и 7: } \tau_y^{M_x} = \frac{M_x}{\alpha_2 b h^2} = \frac{-3.4 \cdot 10^{-3}}{0.25 \cdot 0.4 \cdot (0.3)^2} = -0.38 \text{ МПа};$$



Находим суммарные нормальные напряжения в точках:

- 1) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} - 2.92 + 2.75 = -0.25$ МПа;
- 2) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} - 2.92 - 2.75 = -5.75$ МПа;
- 3) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} + 2.92 - 2.75 = 8.33 \cdot 10^{-2}$ МПа;
- 4) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} + 2.92 + 2.75 = 5.58$ МПа;
- 5) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} + 2.75 = 2.67$ МПа;
- 6) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} - 2.92 = -3$ МПа;
- 7) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} - 2.75 = -2.83$ МПа;
- 8) $\sigma_x = -8.33 \cdot 10^{-2} + 2.92 = 2.83$ МПа;

Наиболее напряженная точка 2. Для этой точки условие прочности выполняется: $\sigma_x = 5.75 < R = 200$ МПа.

Находим суммарные касательные напряжения в точках:

- 5) $\tau_y = -0.4 + 0.38 = -2.22 \cdot 10^{-2}$ МПа;
- 7) $\tau_y = -0.4 - 0.38 = -0.78$ МПа;
- 6) $\tau_z = 0.25 - 0.42 = -0.17$ МПа;
- 8) $\tau_z = 0.25 + 0.42 = 0.67$ МПа;

Из точек сечения на серединах сторон рассмотрим наиболее напряженную N_6 с напряжениями $\sigma_x = -3.00$ МПа, $\tau = -0.17$ МПа.

Вычислим главные напряжения

$$\begin{aligned} \sigma_{max,min} &= \sigma_x/2 \pm \sqrt{(\sigma_x/2)^2 + \tau^2} = \\ &= -3/2 \pm \sqrt{(-3/2)^2 + (-0.17)^2} = -1.5 \pm 1.51. \end{aligned}$$

$$\sigma_{max} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ МПа}, \sigma_{min} = -3 \text{ МПа}.$$

Положение главных сечений

$$tg\alpha_{max} = (\sigma_{max} - \sigma_x)/\tau = (1 \cdot 10^{-2} + 3)/(-0.17) = -17.41.$$

$$\alpha_{max} = -86.71^\circ.$$

Приведенное напряжение

$$\sigma_i = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) = 1 \cdot 10^{-2} - 0.3(-3) = 0.91 \text{ МПа},$$

$$\text{где } \sigma_1 = \sigma_{max} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = 0; \sigma_3 = \sigma_{min} = -3 \text{ МПа};$$

Оценим прочность $\sigma_i = 0.91 < R = 200$ МПа, следовательно прочность обеспечена.