

Задача К1(Вариант 6). Кинематика точки

Точка движется в плоскости xy согласно закону:

$$x = 3t^2 + 2;$$

$$y = -4t;$$

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = \frac{1}{2}$ определить скорость и ускорение точки, касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории (x, y в сантиметрах, t – в секундах).

Решение

1) Скорость точки

$$v_x = \dot{x} = 6t, \quad v_x\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \text{ см/с};$$

$$v_y = \dot{y} = -4, \quad v_y\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \text{ см/с};$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ см/с}.$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{v}, x) = v_x/v = 3/5 = 0.6.$$

$$\cos(\vec{v}, y) = v_y/v = -4/5 = -0.8.$$

2) Ускорение точки

$$a_x = \ddot{x} = 6, \quad a_x\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = \ddot{y} = 0, \quad a_y\left(\frac{1}{2}\right) = 0;$$

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6 \text{ см/с}^2.$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{a}, x) = a_x/a = 6/6 = 1.$$

$$\cos(\vec{a}, y) = a_y/a = 0/6 = 0.$$

3) Касательное ускорение:

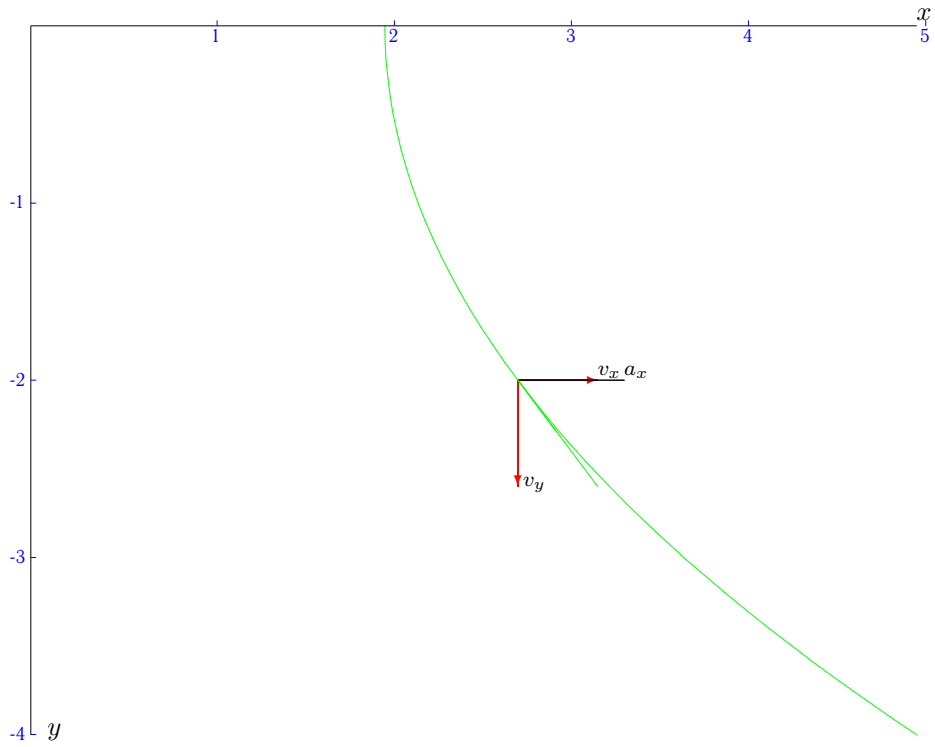
$$|a_\tau| = \frac{|v_x a_x + v_y a_y|}{v} = \frac{|3 \cdot 6 + (-4) \cdot 0|}{5} = 3.6 \text{ см/с}^2.$$

4) Нормальное ускорение:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{6^2 - 3.6^2} = 4.8 \text{ см/с}^2.$$

5) Радиус кривизны $\rho = v^2/a_n = 25/4.8 = 5.21$.

Траектория движения точки



Уравнение траектории получим, исключив время t : $t = -y/4$,

$$x = 3(y/4)^2 + 2$$

$$x = (3/16)y^2 + 2$$

<http://vuz.exponenta.ru>