

Задача К1. (Вариант 7) Кинематика точки

Точка движется в плоскости xy согласно закону:

$$x = 3t^2 - t + 1;$$

$$y = 5t^2 - \frac{5}{3}t - 2;$$

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1$ определить скорость и ускорение точки, касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории (x, y в сантиметрах, t – в секундах).

Решение

1) Скорость точки

$$v_x = \dot{x} = 6t - 1, \quad v_x(1) = 5 \text{ см/с};$$

$$v_y = \dot{y} = 10t - \frac{5}{3}, \quad v_y(1) = 8.33 \text{ см/с};$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{5^2 + 8.33^2} = 9.72 \text{ см/с}.$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{v}, x) = v_x/v = 5/9.72 = 0.51.$$

$$\cos(\vec{v}, y) = v_y/v = 8.33/9.72 = 0.86.$$

2) Ускорение точки

$$a_x = \ddot{x} = 6, \quad a_x(1) = 6 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = \ddot{y} = 10, \quad a_y(1) = 10 \text{ см/с}^2;$$

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11.66 \text{ см/с}^2.$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{a}, x) = a_x/a = 6/11.66 = 0.51.$$

$$\cos(\vec{a}, y) = a_y/a = 10/11.662 = 0.86.$$

3) Касательное ускорение:

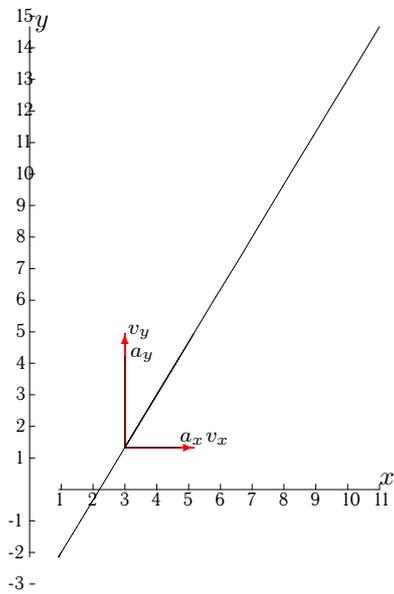
$$|a_\tau| = \frac{|v_x a_x + v_y a_y|}{v} = \frac{|+5 \cdot 6 + 8.33 \cdot 10|}{9.72} = 11.662 \text{ см/с}^2.$$

4) Нормальное ускорение:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{11.662^2 - 11.662^2} = 0 \text{ см/с}^2.$$

5) Радиус кривизны $\rho = v^2/a_n = 94.44/0 = \infty$.

Траектория движения точки



Уравнение траектории получим, исключив время t . Для этого умножим $x(t)$ на 5, а $y(t)$ на 3 и вычтем. Получим: $5x - 3y = 11$ (прямая, поэтому и нормальное ускорение 0, а радиус кривизны – бесконечность).

<http://vuz.exponenta.ru>