

Задача № 1.45. Цилиндр радиуса R массы m_1 катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной массы m_2 . Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска. За обобщенную координату принять φ .

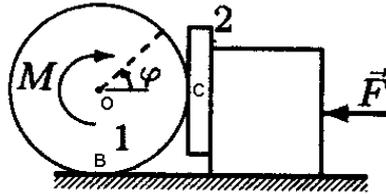


Рис.1.

Вычисляем кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий двух тел:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 V_{0x}^2}{2} + \frac{J_0 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 V_c^2}{2} \quad (1)$$

Составим кинематические графы системы: $B \rightarrow O$, $B \rightarrow O \rightarrow C$;
Записываем уравнения для проекций скоростей, соответствующие графам:

$$V_{0x} = -R\dot{\varphi}, \quad V_{cx} = -R\dot{\varphi}, \quad V_{cy} = R\dot{\varphi}, \quad V_c^2 = V_{cx}^2 + V_{cy}^2 = 2R^2 \dot{\varphi}^2 \quad (2)$$

Момент инерции цилиндра равен:

$$J_0 = \frac{m_1 R^2}{2} \quad (3)$$

Подставим полученные выражения (2) и (3) в уравнения для кинетической энергии(1):

$$T = \frac{m_1 R^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_1 R^2 \dot{\varphi}^2}{4} + m_2 R^2 \dot{\varphi}^2 = \frac{R^2 \dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{3m_1}{2} + 2m_2 \right) \quad (4)$$

Вычисляем обобщенную силу:

$$Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} (\vec{G}_1 \vec{V}_0 + \vec{G}_2 \vec{V}_c + \vec{F} \vec{V}_c + \vec{M} \dot{\varphi}) = R(F - m_2 g) - M \quad (5)$$

Задача № 1.46. Цилиндр радиуса R массы m_1 катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы m_2 . За обобщенную координату принять φ .

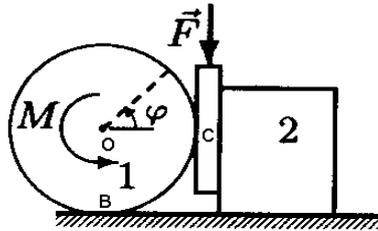


Рис.2.

Вычисляем кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий двух тел:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 V_{0x}^2}{2} + \frac{J_0 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 V_{cx}^2}{2} \quad (1)$$

Составим кинематические графы системы: $B \rightarrow O$, $B \rightarrow O \rightarrow C$;

Записываем уравнения для проекций скоростей, соответствующие графам:

$$V_{0x} = -R\dot{\varphi}, \quad V_{cx} = -R\dot{\varphi}, \quad V_{cy} = R\dot{\varphi} \quad (2)$$

Момент инерции цилиндра равен:

$$J_0 = \frac{m_1 R^2}{2} \quad (3)$$

Подставим полученные выражения (2) и (3) в уравнения для кинетической энергии(1):

$$T = \frac{m_1 R^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_1 R^2 \dot{\varphi}^2}{4} + \frac{m_2 R^2 \dot{\varphi}^2}{2} = \frac{R^2 \dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{3m_1}{2} + m_2 \right) \quad (4)$$

Вычисляем обобщенную силу:

$$Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} (\vec{G}_1 \vec{V}_0 + \vec{G}_2 \vec{V}_c + \vec{F} \vec{V}_c + \vec{M} \vec{\varphi}) = M - FR \quad (5)$$

Задача № 1.47. Цилиндр радиуса r массы m_1 катится по горизонтальной поверхности. Стержень длиной a жестко соединен с цилиндром и скользит по грани подвижного блока массой m_2 . За обобщенную координату принять φ .

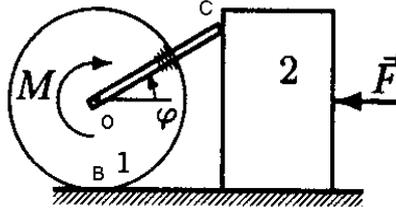


Рис.3.

Вычисляем кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий двух тел:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 V_{0x}^2}{2} + \frac{J_0 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 V_{cx}^2}{2} \quad (1)$$

Составим кинематические графы системы: $B \rightarrow O$, $B \rightarrow O \rightarrow C$;

Записываем уравнения для проекций скоростей, соответствующие графам:

$$V_{0x} = -r\dot{\varphi}, \quad V_{cx} = -r\dot{\varphi} - a\dot{\varphi} \sin \varphi, \quad V_{cy} = a\dot{\varphi} \cos \varphi \quad (2)$$

Момент инерции цилиндра равен:

$$J_0 = \frac{m_1 r^2}{2} \quad (3)$$

Подставим полученные выражения (2) и (3) в уравнения для кинетической энергии(1):

$$T = \frac{m_1 r^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_1 r^2 \dot{\varphi}^2}{4} + \frac{m_2 \dot{\varphi}^2 (r + a \sin \varphi)^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{3m_1 r^2}{2} + m_2 (r + a \sin \varphi)^2 \right) \quad (4)$$

Вычисляем обобщенную силу:

$$Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} (\vec{G}_1 \vec{V}_0 + \vec{G}_2 \vec{V}_c + \vec{F} \vec{V}_c + \vec{M} \vec{\varphi}) = -M + F(r + a \sin \varphi) \quad (5)$$

Задача № 1.48. Цилиндр радиуса r катится по горизонтальной поверхности. Стержень длиной a массой m_1 жестко соединен с цилиндром и скользит по грани подвижного блока массой m_2 . За обобщенную координату принять φ .

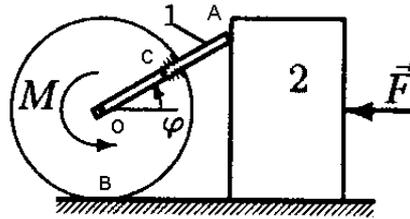


Рис.4.

Вычисляем кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий двух тел:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 V_c^2}{2} + \frac{J_0 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 V_{Ax}^2}{2} \quad (1)$$

Составим кинематические графы системы: $B \rightarrow O$, $B \rightarrow O \rightarrow C$, $B \rightarrow O \rightarrow A$;

Записываем уравнения для проекций скоростей, соответствующие графам:

$$V_{0x} = -r\dot{\varphi}, \quad V_{cx} = -r\dot{\varphi} - \frac{a}{2}\dot{\varphi} \sin \varphi, \quad V_{cy} = \frac{a}{2}\dot{\varphi} \cos \varphi$$

$$V_{Ax} = -r\dot{\varphi} - a\dot{\varphi} \sin \varphi, \quad V_{Ay} = a\dot{\varphi} \cos \varphi \quad (2)$$

$$V_c^2 = V_{cx}^2 + V_{cy}^2 = \dot{\varphi}^2 \left(r^2 + ra \sin \varphi + \frac{a^2}{4} \right)$$

Момент инерции цилиндра равен:

$$J_0 = \frac{m_1 a^2}{3} \quad (3)$$

Подставим полученные выражения (2) и (3) в уравнения для кинетической энергии (1):

$$T = \frac{m_1 \dot{\varphi}^2 \left(r^2 + ra \sin \varphi + \frac{a^2}{4} \right)}{2} + \frac{m_1 a^2 \dot{\varphi}^2}{6} + \frac{m_2 \dot{\varphi}^2 (r + a \sin \varphi)^2}{2} =$$

$$= \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{7m_1 a^2}{12} + (m_1 + m_2)r^2 + ar(m_1 + 2m_2) \sin \varphi + m_2^2 \sin^2 \varphi \right) \quad (4)$$

Вычисляем обобщенную силу:

$$Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} (\vec{G}_1 \vec{V}_c + \vec{G}_2 \vec{V}_A + \vec{F} \vec{V}_A + \vec{M} \dot{\varphi}) = M + F(r + a \sin \varphi) - m_1 g \frac{a}{2} \cos \varphi \quad (5)$$