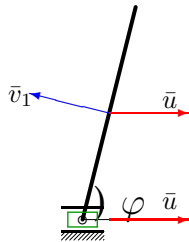


Стержень массы  $m$  и длины  $a$  закреплен на подвижном шарнире. Скорость шарнира  $u$ , угловая скорость стержня  $\omega = \dot{\varphi}$ . Записать функцию Лагранжа стержня.



*Решение*

Скорость центра однородного стержня

$$\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{u}$$

$$v_1 = a\dot{\varphi}/2 = a\omega/2$$

В проекциях

$$v_x = -v_1 \sin \varphi + u, \quad v_y = v_1 \cos \varphi.$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = u^2 + \omega^2 a^2 / 4 - u\omega a \sin \varphi$$

Кинетическая энергия

$$T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(a^2\omega^2/12 + v^2) = \frac{m}{2}(u^2 + \omega^2 a^2/3 - u\omega a \sin \varphi)$$

Функция Лагранжа

$$L = T - \Pi = \frac{m}{2} \left( u^2 + \frac{\omega^2 a^2}{3} - u\omega a \sin \varphi \right) - \frac{mga \cos \varphi}{2}$$