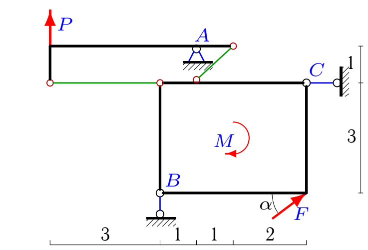
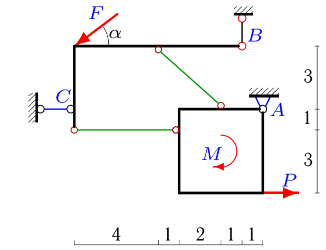
С3. 25.



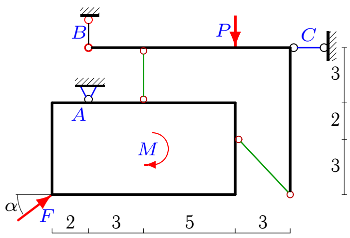
$F = 5$ Н, $P = 4$ Н, $M = 9$ Нм.

С3. 26.



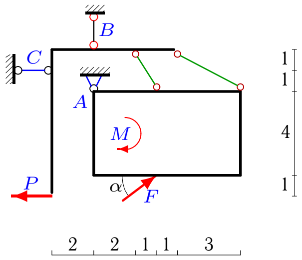
$F = 15$ Н, $P = 1$ Н, $M = 4$ Нм.

С3. 27.



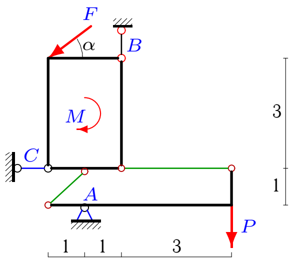
$F = 15$ Н, $P = 3$ Н, $M = 42$ Нм.

С3. 28.



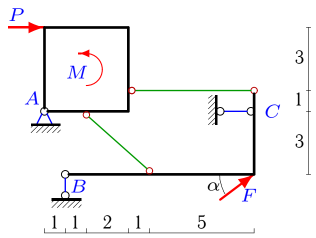
$F = 20$ Н, $P = 1$ Н, $M = 103$ Нм.

С3. 29.



$F = 15$ Н, $P = 2$ Н, $M = 9$ Нм.

С3. 30.



$F = 25$ Н, $P = 2$ Н, $M = 8$ Нм.

Пример решения

Задача. Конструкция состоит из прямоугольной пластины и жесткого уголка, изогнутого под прямым углом (рис. 18). Одна опора конструкции является неподвижным шарниром A, две другие — опорные стержни (вертикальный B и горизонтальный C). Тела соединены двумя невесомыми стержнями. Размеры даны в метрах. Определить реакции опор (в ньютонах). Дано: $F = 5$ Н, $P = 6$ Н, $M = 7$ Нм, $\cos\alpha = 0{,}8$.

Решение

Рассмотрим равновесие конструкции. Отбросим внешние связи, заменив их действие реакциями X_A, Y_A, R_B, R_C (рис. 19).

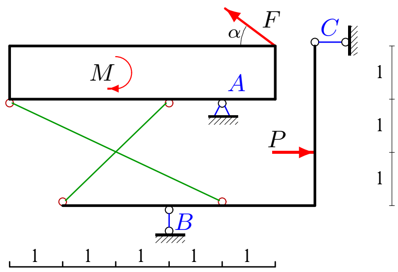


Рис. 18

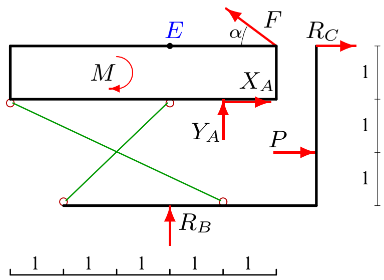


Рис. 19

Получается четыре неизвестные реакции. Попытки составить четыре уравнения равновесия для всей системы в целом ни к чему не приведут: определитель такой системы будет равен нулю (независимых уравнений равновесия для одного тела на плоскости только три). Остается разъединить пластину и уголок, сняв соединяющие их стержни и заменив их действие реакциями. При этом надо следить, чтобы соответствующие реакции к разным частям должны направлены в противоположные стороны. Соединительные стержни не загружены внешними силами (важно, что их вес по условию задачи не учитывается), поэтому реакции стержней направлены вдоль них (рис. 20, 21). Рассмотрим равновесие каждой из получившихся частей.

Уравнения равновесия пластины (рис. 20):

$$\begin{aligned}
&\sum X_i = X_A + S_1\cos\beta - S_2\cos\gamma - F\cos\alpha = 0,\\
&\sum Y_i = Y_A - S_1\sin\beta - S_2\sin\gamma + F\sin\alpha = 0,\\
&\sum M_A = 4S_1\sin\beta + 1\cdot S_2\sin\gamma - M + 1\cdot F\sin\alpha + 1\cdot F\cos\alpha = 0.
\end{aligned} \tag{1.16}$$

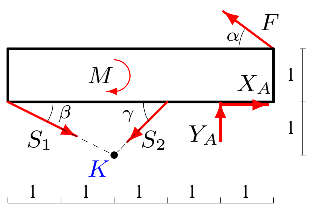


Рис. 20

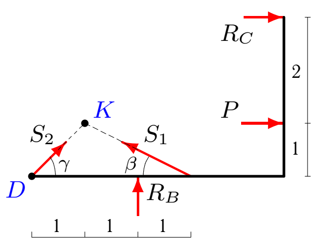


Рис. 21

Уравнения равновесия уголка (рис. 21):

$$\begin{aligned} &\sum X_i = R_C - S_1\cos\beta + S_2\cos\gamma + P = 0,\\ &\sum Y_i = R_B + S_1\sin\beta + S_2\sin\gamma = 0, \\ &\sum M_D = 3\cdot S_1\sin\beta + 2\cdot R_B - 1\cdot P - 3\cdot R_C = 0.\end{aligned} \tag{1.17}$$

Получаем решение: $R_B = 4$ Н, $R_C = 2$ Н, $X_A = -4$ Н, $Y_A = -7$ Н, $S_1 = 4\sqrt{5}/3$ Н, $S_2 = -16\sqrt{2}/3$ Н.

Есть и другой, более короткий способ решения. Найдем две характерные точки конструкции. Первая точка (фиктивный шарнир) есть точка E пересечения линий действия реакций опор C и B. Такой же фиктивный шарнир K находится на пересечении стержней, соединяющих пластину и уголок. Составим две отдельные системы уравнений равновесия. Обе системы состоят из уравнений моментов. Первая система уравнений, для определения реакций X_A и Y_A содержит уравнение моментов относительно точки E для всей конструкции в целом (рис. 19), другое — сумма моментов относительно точки K для пластины (рис. 20):

$$\begin{aligned} &\sum M_E = 1\cdot X_A + 1\cdot Y_A + 2\cdot F\sin\alpha - M + 2\cdot P = 0,\\ &\sum M_K = -1\cdot X_A + 2\cdot Y_A + 3\cdot F\sin\alpha + 2F\cos\alpha - M = 0.\end{aligned} \tag{1.18}$$

Заметим, что площадь треугольника AKE равна удвоенному определителю этой системы уравнений [1]. Получаем решение: $X_A = -$ -4 Н, $Y_A = -7$ Н. Аналогично составляем другую систему уравнений. Одно уравнение моментов для уголка относительно фиктивного сочленяющего шарнира K, а другое — опять для всей системы, но уже относительно точки A:

$$\begin{aligned} &\sum M_K = 1\cdot R_B - 2\cdot R_C = 0,\\ &\sum M_A = 1\cdot F\sin\alpha + 1\cdot F\cos\alpha - 1\cdot R_B - 1\cdot R_C + 1\cdot P - M = 0.\end{aligned} \tag{1.19}$$

Получаем решение: $R_B = 4$ Н, $R_C = 2$ Н. В этом решении использовались только уравнения моментов, поэтому для проверки особенно эффективно и просто составить уравнения проекций для всей системы в целом

$$\begin{aligned} &\sum X_i = X_A - F\cos\alpha + R_C + P = -4 - 4 + 2 + 6 = 0,\\ &\sum Y_i = Y_A + F\sin\alpha + R_B = -7 + 3 + 4 = 0.\end{aligned}$$

[1] Отсюда ясно, что в неизменяемой конструкции эти три характерные точки не лежат на одной прямой.