с помощью формулы Грина при $P = xy$, $Q = -x^2$ получим

$$S_y = \frac{1}{3}\oint\limits_L xydx - x^2dy.$$

Вычисляем криволинейный интеграл, используя замену (7.1), и записываем формулу для статического момента

$$S_y = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n}(x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1})(x_i + x_{i+1}).$$

Таким же образом получим

$$S_x = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n}(x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1})(y_i + y_{i+1}).$$

Координаты центра тяжести имеют вид

$$x_c = \frac{S_y}{F}, \quad y_c = \frac{S_x}{F}.$$

Осевые моменты инерции рассчитываются по формулам

$$J_x = \frac{1}{12}\sum_{k=1}^{n}(y_{k+1}^2 + y_{k+1}y_k + y_k^2)(x_{k+1}y_k - x_ky_{k+1}),$$
$$J_y = \frac{1}{12}\sum_{k=1}^{n}(x_{k+1}^2 + x_{k+1}x_k + x_k^2)(x_{k+1}y_k - x_ky_{k+1}).$$

Центробежный момент инерции имеет вид

$$J_{xy} = \frac{1}{12}\sum_{k=1}^{n}\left(x_{k+1}y_{k+1} + x_ky_k + \frac{x_ky_{k+1} + y_kx_{k+1}}{2}\right)(x_{k+1}y_k - x_ky_{k+1}).$$

Центральные моменты инерции вычислим по формулам

$$J_{xc} = J_x - y_c^2F,$$
$$J_{yc} = J_y - x_c^2F,$$
$$J_{xyc} = J_{xy} - x_cy_cF,$$

а главные моменты инерции $J_{\max,\min}$ — по формулам (4.4), с. 129.

Рассмотрим этот метод применительно к задаче 48 на с. 131. Принимаем обход контура по часовой стрелке. Нумеруем угловые точки