Задача. *Определить результат действия $X \cdot Y$ над нечеткими множествами*:

$A = 0.7/a + 0.3/b + 0.2/c + 0.1/d,$
$B = 0.1/a + 0.6/b + 0.1/c + 0.6/d,$
$C = 0.1/a + 0.2/b + 0.6/c + 0.6/d,$
$X = \bar{A} \cup B, \quad Y = \text{CON } (A) \cap C.$

Решение

1. Определим дополнение $\bar{A}$ множества A. Характеристические функции элементов вычисляются по формуле $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$. Имеем

$$\bar{A} = 0.3/a + 0.7/b + 0.8/c + 0.9/d.$$

2. Найдем объединение $X = \bar{A} \cup B$, для которого $\mu_X(x) = max(\mu_{\bar{A}}(x), \mu_B(x))$:

$$X = 0.3/a + 0.7/b + 0.8/c + 0.9/d.$$

В данном случае оказалось, что $B \subset \bar{A}$, т.к. $\forall x \ \mu_B(x) \leqslant \mu_{\bar{A}}(x)$.

3. Выполним операцию концентрирования множества A, возводя в квадрат характеристические функции:

$$\text{CON}(A) = 0.49/a + 0.09/b + 0.04/c + 0.01/d$$

4. Найдем пересечение $Y = \text{CON } (A) \cap C$, для которого $\mu_Y(x) = min(\mu_{CON(A)}(x), \mu_C(x))$:

$$Y = 0.1/a + 0.09/b + 0.04/c + 0.01/d.$$

$$X = 0.3/a + 0.7/b + 0.8/c + 0.9/d.$$

5. Окончательно, выполним алгебраическое умножение множеств

$$X \cdot Y = 0.03/a + 0.063/b + 0.032/c + 0.009/d.$$

Полученное множество имеет высоту 0.063, следовательно, это субнормальное множество.