Получаем решение: $S_B = -14$ кН, $S_C = 7$ кН, $X_A = 4$ кН, $Y_A = -23$ кН, $S_1 = -2\sqrt{5}/3$ кН, $S_2 = -12\sqrt{2}/3$ кН. Опорный стержень в точке C оказался растянутым ($S_C > 0$), остальные — сжатыми.

Если не задаваться целью определить реакции соединяющих стержней 1 и 2, то в этой задаче есть другой, более короткий способ решения. Найдем две характерные точки конструкции, так называемые *фиктивные шарниры*. Первая точка есть точка E пересечения линий действия реакций опор C и B (рис. 44). Другой фиктивный шарнир N находится на пересечении стержней, соединяющих пластину и уголок [1].

Составим две отдельные системы уравнений равновесия. Обе системы состоят из уравнений моментов. Первая система уравнений, служащая для определения реакций X_A и Y_A, содержит уравнение моментов относительно точки E для всей конструкции в целом (рис. 44) и уравнение моментов относительно точки N для пластины (рис. 45):

$$\sum M_{iE} = 1\,X_A + 1\,Y_A + 2\,F_1 \sin\alpha - M + 2\,F_2 = 0,$$

$$\sum M_{iN} = -1\,X_A + 2\,Y_A + 3\,F_1 \sin\alpha + 2\,F_1 \cos\alpha - M = 0.$$

Заметим, что площадь треугольника ANE равна удвоенному определителю этой системы уравнений [2]. Получаем решение: $X_A = 4$ кН, $Y_A = -23$ кН. Аналогично составляем другую систему уравнений. Одно уравнение моментов для уголка относительно фиктивного сочленяющего шарнира N, а другое — опять для всей системы, но уже относительно точки A:

$$\sum M_{iN} = -1\,S_B - 2\,S_C = 0,$$

$$\sum M_{iA} = 1\,F_1 \sin\alpha + 1\,F_1 \cos\alpha + 1\,S_B - 1\,S_C + 1\,F_2 - M = 0.$$

Получаем решение: $S_B = -14$ кН, $S_C = 7$ кН. В этом решении использовались только уравнения моментов, поэтому для проверки особенно эффективно и просто составить уравнения проекций для всей конструкции в целом (рис. 44)

$$\sum X_i = X_A - F_1 \cos\alpha + S_C + F_2 = 4 - 12 + 7 + 1 = 0,$$

$$\sum Y_i = Y_A + F_1 \sin\alpha - S_B = -23 + 9 + 14 = 0.$$

Задача 16. Две пластины соединены параллельными невесомыми стержнями (рис. 47). На левую пластину действуют силы $F_1 = 6$ кН и

[1] По аналогичному принципу находятся моментные точки в методе Риттера расчета ферм, с. 49.

[2] Отсюда ясно, что в неизменяемой конструкции эти три характерные точки не лежат на одной прямой.

$F_3 = 3$ кН, на правую — $F_2 = 10$ кН. Определить реакции неподвижных опор конструкции. Размеры на рисунке даны в метрах.

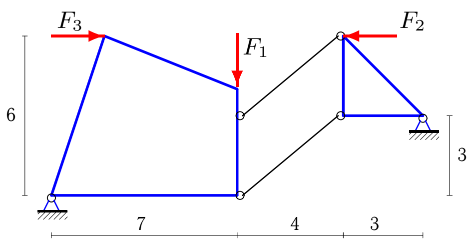

Рис. 47

Решение

Рассмотрим равновесие каждой пластины (рис. 48, 49). Действие стержней (пронумеруем их 1 и 2) заменим неизвестными реакциями.

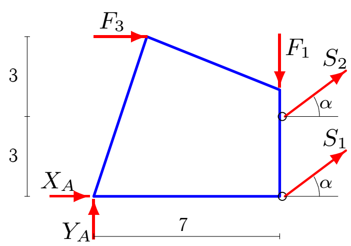

Рис. 48

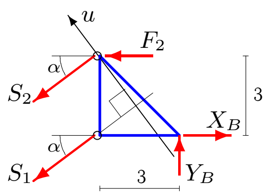

Рис. 49

По условию задачи усилия в соединительных стержнях находить не требуется, поэтому для упрощения решения желательно составить такие уравнения равновесия, в которые эти реакции не входят. На левую пластину усилия S_1 и S_2 будут направлены в одну сторону, на правую — в противоположную (рис. 48, 49). Эти направления соответствуют правилу сопротивления материалов и строительной механики, согласно которому растянутые стержни имеют положительные усилия. Однако, здесь этому правилу следовать не обязательно.

Рассмотрим правую пластину, рис. 49. Единственно возможное уравнение равновесия пластины, в которое не входят S_1 и S_2, это — уравнение равновесия в проекции на ось u, перпендикулярную этим силам:

$$\sum F_u = -X_B \sin\alpha + Y_B \cos\alpha + F_2 \sin\alpha = 0, \qquad (1.25)$$

где $\sin\alpha = 0.6$, $\cos\alpha = 0.8$. Второе уравнение для неизвестных X_B и Y_B составим для всей системы в целом (рис. 50).

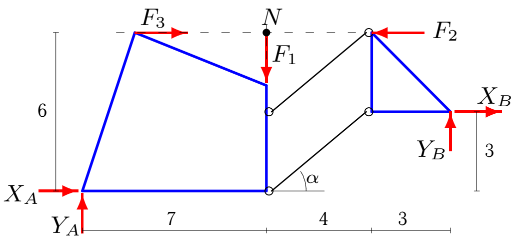

Рис. 50

Имеем сумму моментов всех внешних сил относительно опоры A:

$$\sum M_A = 14\,Y_B - 3\,X_B + 6\,F_2 - 6\,F_3 - 7\,F_1 = 0. \qquad (1.26)$$

Решаем систему двух уравнений (1.25), (1.26) с двумя неизвестными. Получаем реакции: $X_B = 14$ Н, $Y_B = 3$ Н. Аналогично поступаем и при определении реакций опоры A. Для левой пластины (рис. 48) составляем уравнение проекций на ось u, для всей конструкции в целом — сумму моментов относительно опоры B:

$$\begin{aligned} &\sum F_{iu} = -X_A \sin\alpha + Y_A \cos\alpha - F_3 \sin\alpha - F_1 \cos\alpha = 0,\\ &\sum M_{iB} = 3\,X_A - 14\,Y_A - 3\,F_3 + 7\,F_1 + 3F_2 = 0. \end{aligned} \qquad (1.27)$$

Решаем систему уравнений (1.27). Получаем реакции опоры A: $X_A = -7$ Н, $Y_A = 3$ Н. Проверим сумму моментов всех сил, приложенных к конструкции, относительно точки N (рис. 50). Если задача решена верно, то сумма моментов должна быть равна нулю. Точка N, лежащая на пересечении линий действия всех внешних сил, очень удобна для проверки. Сумма становится на три слагаемых короче, причем это те слагаемые, которые проверять не надо — заданные силы F_1, F_2, F_3. Имеем

$$\sum M_{iN} = 6\,X_A - 7\,Y_A + 3\,X_B + 7\,Y_B = -42 - 21 + 42 + 21 = 0.$$

Задача решена верно, сумма, действительно, равна нулю.

Заметим, что составление стандартной системы уравнений равновесия из шести уравнений (по три уравнения для каждой из пластин) приводит к трудностям технического порядка — решать такую систему вручную довольно-таки сложно, так как неизвестные S_1 и S_2 входят в четыре уравнения из шести.