

Пример решения

Задача. Конструкция состоит из двух пластин, соединенных параллельными невесомыми стержнями (рис. 27). Даны нагрузки: $P = 9$ Н, $F = 3$ Н, $Q = 5$ Н. Определить реакции неподвижных опор конструкции. Размеры даны в метрах.

Решение

Выделим из конструкции пластины (рис. 28, 29). Действие стержней (пронумеруем их 1 и 2) заменим неизвестными реакциями. Заметим,

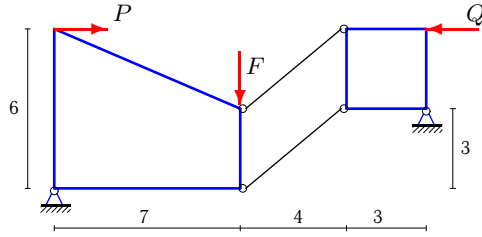


Рис. 27

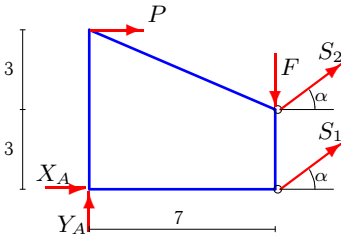


Рис. 28

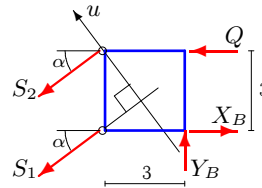


Рис. 29

что по условию задачи усилие в этих стержнях находить не надо (в большинстве вариантов они не будут целыми числами), поэтому желательно составить такие уравнения равновесия, чтобы эти реакции не входили бы в них. На левую пластину усилия S_1 и S_2 будут направлены в одну сторону, на правую — в противоположную (рис. 28, 29). Эти направления согласуются с правилом строительной механики и сопротивления материалов, по которому растянутые стержни имеют положительные усилия. Заметим однако, что в данном решении следовать этому правилу не обязательно.

Рассмотрим правую пластину, рис. 29. Единственно возможное уравнение равновесия пластины, в которое не входят S_1 и S_2 , это уравнение проекций на ось u , перпендикулярную этим силам:

$$\sum F_{iu} = -X_B \sin \alpha + Y_B \cos \alpha + Q \sin \alpha = 0, \quad (1.16)$$

где $\sin \alpha = 3/5$, $\cos \alpha = 4/5$. Второе уравнение для неизвестных X_B и Y_B составим для всей системы в целом (рис. 30). Имеем сумму

моментов всех внешних сил относительно опоры A :

$$\sum M_{iA} = -3X_B + 14Y_B + 6Q - 6P - 7F = 0. \quad (1.17)$$

Решаем систему двух уравнений (1.16), (1.17) с двумя неизвестными. Получаем реакции: $X_B = 13$ Н, $Y_B = 6$ Н. Аналогично поступаем и при определении реакций опоры A . Для левой пластины (рис. 28) составляем уравнение проекций на ось u , для всей конструкции в целом — сумму моментов относительно опоры B :

$$\begin{aligned} \sum F_{iu} &= -X_A \sin \alpha + Y_A \cos \alpha - P \sin \alpha - F \cos \alpha = 0, \\ \sum M_{iB} &= 3X_A - 14Y_A - 3P + 7F + 3Q = 0. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Решаем систему уравнений (1.18). Получаем реакции опоры A : $X_A = -17$ Н, $Y_A = -3$ Н. Проверим сумму моментов всех сил, приложенных к конструкции, относительно точки K (рис. 30).

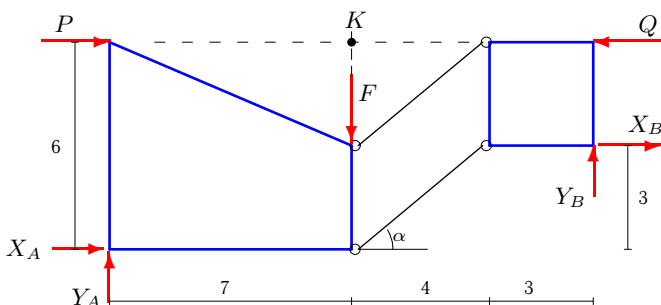


Рис. 30

Если задача решена верно, то сумма моментов должна быть равна нулю. Точка K , лежащая на пересечении линий действия всех внешних сил, очень удобна для проверки. Сумма становится на три слагаемых короче, причем это те слагаемые, которые проверять не надо — заданные силы. Имеем

$$\sum M_{iK} = 6X_A - 7Y_A + 7Y_B + 3X_B = -102 + 21 + 42 + 39 = 0.$$

Задача решена верно, сумма, действительно, равна нулю.

Заметим, что составление стандартной системы уравнений равновесия из шести уравнений (по три уравнения для каждой из пластин) приводит к трудностям технического порядка — решать такую систему вручную довольно-таки сложно, так как неизвестные S_1 и S_2 входят в четыре уравнения из шести.