рамы; в условие равновесия всей рамы в целом они не входят, и проверить таким образом их нельзя. При необходимости можно выполнить проверку, выделяя из рамы не три, а две части (две возможные комбинации: $AE + BDE$ и CD, AE и $BDE + CD$) и проверяя их равновесие. Итак, имеем сумму:

$$\sum M_{iD} = 5\,X_A + 3\,X_B + 4\,Y_B + 10\,Y_A - 3\,F_1 - M - 7\,F_2 + 10\,Y_C =$$
$$= -210 + 153 - 24 + 90 - 3 - 6 - 70 + 70 = 0.$$

Проверка выполнена. Реакции найдены правильно. Заметим, что проверка равенства нулю суммы проекций всех сил, приложенных к раме в целом, на ось x или y не является эффективной. Фактически эти суммы будут состоять из сумм уравнений для проекций из систем (1.36–1.38).

Задача 26. На раму, состоящую из трех тел, соединенных шарниром D и стержнем 1 (рис. 76), приложен момент $M = 2$ кНм и три силы $F_1 = 2$ кН, $F_2 = 1$ кН, $F_3 = 4$ кН. Размеры на рисунке даны в метрах. Найти реакции опор и усилие в соединительном стержне 1.

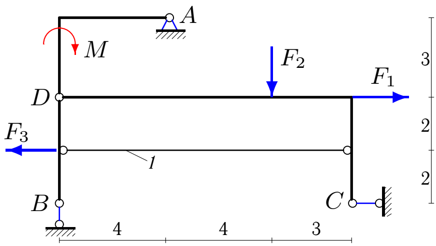

Рис. 76

Решение

Эта конструкция составная. Для определения ее реакций необходимо выполнить разбиение на части. Однако здесь часто возникает трудность назначения реакций отброшенных связей. Понятно, куда направить реакции двух контактирующих тел: они должны быть направлены в разные стороны. А здесь в одной точке (шарнире D) взаимодействуют три части тела. Куда и как направить реакции? Одна из возможностей следующая. Представим например, что уголок CD в точке D имеет жестко скрепленный с ним штифт, моделирующий шарнир. На одном конце этого штифта шарнирно крепится стойка BD, на другом — уголок AD. Таким образом, части AD и BD между собой непосредственно не взаимодействуют, а по отдельности контактируют только с частью CD. При этом возникают реакции связи X_D и Y_D тел AD и DC и X'_D и Y'_D — тел BD и DC. Такого рода рассуждения нужны для ясного понимания механизма конструкции и схемы решения задачи. Возможны и другие схемы решения этой же задачи, содержащие 11 неизвестных реакций [15, 17].

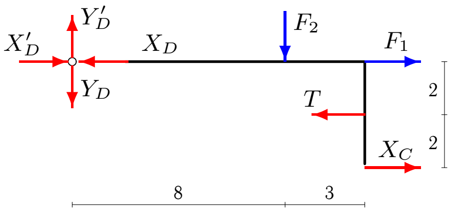

Рис. 77

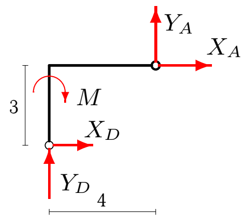

Рис. 78

Итак, разделяем составную раму на части, отбрасывая стержень 1 и шарнир D. Освобождаем конструкцию от внешних связей и заменяем их соответствующими реакциями. Реакции опорных стержней в точках B и C направлены вдоль стержней. Неподвижный шарнир A имеет две реакции. Записываем по три уравнения равновесия (два уравнения проекций и уравнение моментов относительно произвольной точки).

Уравнения равновесия части DC (рис. 77):

$$\begin{aligned} \sum X_i &= -X_D + X'_D + F_1 - T + X_C = 0, \\ \sum Y_i &= Y'_D - Y_D - F_2 = 0, \\ \sum M_{iD} &= 4\,X_C - 2\,T - 8\,F_2 = 0. \end{aligned} \tag{1.39}$$

Уравнения равновесия части AD (рис. 78):

$$\sum X_i = X_A + X_D = 0, \tag{1.40}$$

$$\sum Y_i = Y_A + Y_D = 0, \tag{1.41}$$

$$\sum M_{iA} = 3\,X_D - 4\,Y_D - M = 0. \tag{1.42}$$

Усилия T от действия внутренней связи, приложенные к частям BC и DC, направлены в противоположные стороны.

Уравнения равновесия части BD (рис. 79):

$$\begin{aligned} \sum X_i &= T - X'_D - F_3 = 0, \\ \sum Y_i &= Y_B - Y'_D = 0, \\ \sum M_{iD} &= 2\,T - 2\,F_3 = 0. \end{aligned} \tag{1.43}$$

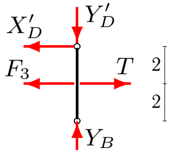

Рис. 79

Решаем систему (1.39)–(1.43) девяти уравнений с девятью неизвестными. Находим следующие реакции: $X_A = -2$ кН, $Y_A = -1$ кН, $Y_B = 2$ кН, $X_C = 4$ кН, $T = 4$ кН, $X_D = 2$ кН, $Y_D = 1$ кН, $X'_D = 0$, $Y'_D = 2$ кН.

Проверка. Запишем уравнение моментов относительно точки N для всех внешних сил, приложенных к нерасчлененной системе (рис. 80):

$$\sum M_{iN} = -3\,X_A - 4\,Y_A + 2\,F_3 - 8\,Y_B + 4\,X_C - M = \\ = 6 + 4 - 8 - 16 + 16 - 2 = 0.$$

Проверка выполнена. Решение найдено верно. Заметим, что эту задачу можно решить проще, составив всего пять, а не девять

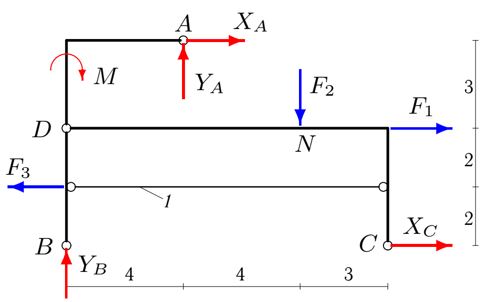

Рис. 80

уравнений. Первые два уравнения — система уравнений для реакций Y_B и X_C. Одно из них — сумма моментов всех сил, приложенных к целой системе относительно опоры A, другое — сумма моментов всех сил, приложенных к частям BD и DC относительно D:

$$\sum M_{iA} = -4\,Y_B + 7\,X_C - M + 3\,F_1 - 4\,F_2 - 5\,F_3 = 0,$$
$$\sum M_{iD} = 4\,X_C - 8\,F_2 - 2\,F_3 = 0.$$

Остальные уравнения — уравнения проекций для всей системы, из которых легко находим две реакции опоры A:

$$\sum X_i = X_A + X_C + F_1 - F_3 = 0,$$
$$\sum Y_i = Y_A + Y_B - F_2 = 0.$$

Для определения T можно использовать уравнение (1.42).

Задача 27. Составная конструкция из стержневого треугольника ACO, жесткого уголка CD и цилиндра, расположена в вертикальной плоскости (рис. 81). Нити огибают цилиндр весом $G = 8$ кН и соединяют части конструкции и опору A. К разным частям конструкции приложены силы $F_1 = F_2 = 4$ кН, к цилиндру радиусом $r = 1$ м — момент $M = 8$ кНм. Размеры на рисунке даны в метрах. Определить реакции опор конструкции и натяжения нитей.

Решение

Рассмотрим сначала конструкцию в целом, не выделяя из нее отдельные части. Для определения внешних реакций в данном случае разбиение не требуется. Таких реакций всего три: усилие в опорном стержне DB и две реакции в неподвижном шарнире A (рис. 82).

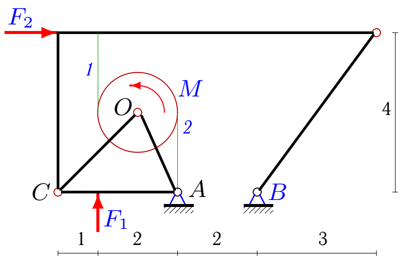

Рис. 81

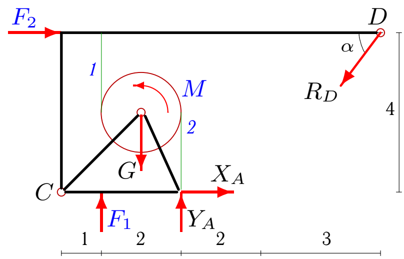

Рис. 82

Запишем систему уравнений равновесия всей конструкции:

$$
\begin{aligned}
&\sum X_i = X_A - R_D \cos\alpha + F_2 = 0,\\
&\sum Y_i = Y_A - R_D \sin\alpha - G + F_1 = 0,\\
&\sum M_{iA} = -5\, R_D \sin\alpha + M - 2\, F_1 - 4\, F_2 + G\, r = 0,
\end{aligned}
\tag{1.44}
$$

где $\sin\alpha = 0.8$, $\cos\alpha = 0.6$. Находим все три реакции. Из уравнения моментов получаем:

$$R_D = (-12 + 8 - 8 + 8 - 16)/4 = -5 \text{ кН}.$$

Из уравнений проекций находим $X_A = -5 \cdot 0.6 - 4 = -7$ кН, $Y_A = -4 + 8 - 4 = 0$.

Для определения усилия в нити 1 необходимо отделить цилиндр от конструкции, заменить действие нитей усилиями T_1, T_2, а шарнир O его реакциями X_O, Y_O (рис. 83). К цилиндру усилие T_1 приложено в одну сторону, к уголку CD — в другую (нить предполагаем натянутой). Рассмотрим сначала равновесие уголка (рис. 84).

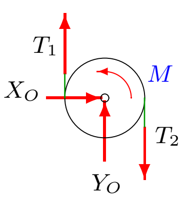

Рис. 83

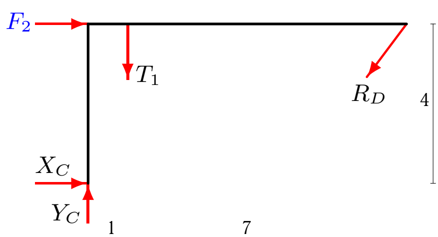

Рис. 84