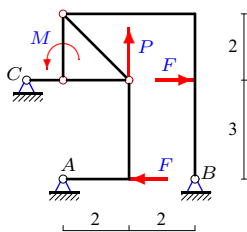
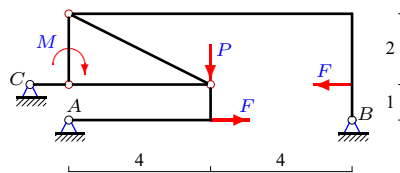


С9.29.



$M = 18 \text{ кНм}, F = 2 \text{ кН}, P = 6 \text{ кН}.$

С9.30.



$M = 4 \text{ кНм}, F = 4 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}.$

Пример решения

Задача. На конструкцию, состоящую из трех шарнирно соединенных частей, действуют силы $F_1 = F_2 = 10 \text{ кН}$, $P = 4 \text{ кН}$ и момент $M = 2 \text{ кНм}$. Конструкция опирается на неподвижные шарниры в точках A и B и вертикальный стержень в C (рис. 43). Найти реакции опор.

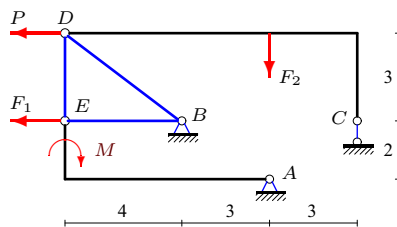


Рис. 43

Решение

Разделим конструкцию по шарнирам на три части и рассмотрим равновесие каждой из них. Действие опор заменим их реакциями. Реакции внутренних шарниров, соединяющих части, приложим к каждой из частей во взаимно противоположных направлениях. Силу P, действующую одновременно и на уголок CD, и на шарнирный треугольник BDE, отнесем произвольно к любому из тел, например, BDE. Аналогично, силу F_1 отнесем к уголку AE (рис. 44).

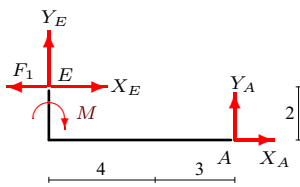


Рис. 44

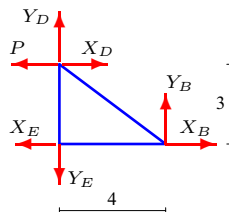


Рис. 45

Внешние реакции не зависят от выбора части, к которой условно отнесены силы P и F_1 . От этого зависят только реакции в сочленениях. Рассмотрим равновесие части AE . Действие неподвижной шарнирной опоры в A заменим двумя реакциями X_A, Y_A . Внутренний шарнир E также заменим двумя реакциями X_E, Y_E . Запишем уравнения равновесия части AE :

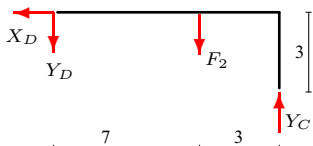
$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_A + X_E - F_1 = 0, \\ \sum Y_i &= Y_A + Y_E = 0, \\ \sum M_{iE} &= 2X_A + 7Y_A - M = 0.\end{aligned}\tag{1.26}$$

В трех полученных уравнениях содержатся четыре неизвестные реакции. Для решения задачи необходимо рассмотреть равновесие других частей системы. Выделим из конструкции треугольник BDE (рис. 45). Приложим силу P и реакции опор. Реакции X_E и Y_E направим в стороны, противоположные этим же реакциям на рис. 44. Запишем уравнения равновесия части BDE :

$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_B - X_E + X_D - P = 0, \\ \sum Y_i &= Y_B + Y_D - Y_E = 0, \\ \sum M_{iB} &= -3X_D - 4Y_D + 4Y_E + 3P = 0.\end{aligned}\tag{1.27}$$

Рассмотрим равновесие части DC (рис. 46). Реакция Y_C вертикального опорного стержня направлена вдоль стержня (направить реакцию можно и вверх, и вниз, но предпочтительней выбирать направление оси координат). Реакции X_D, Y_D направляем в стороны, противоположные изображенным на рис. 45.

Запишем уравнения равновесия части DC :



$$\begin{aligned}\sum X_i &= -X_D = 0, \\ \sum Y_i &= Y_C - Y_D - F_2 = 0, \\ \sum M_C &= 10Y_D + 3X_D + 3F_2 = 0.\end{aligned}\tag{1.28}$$

Рис. 46

Решаем систему девяти уравнений (1.26) – (1.28). Получаем значения искомых реакций:

$$\begin{aligned}X_A &= -20 \text{ кН}, Y_A = 6 \text{ кН}, X_B = 34 \text{ кН}, \\ Y_B &= -3 \text{ кН}, Y_C = 7 \text{ кН}, X_D = 0, \\ Y_D &= -3 \text{ кН}, Y_E = -6 \text{ кН}, X_E = 30 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Проверка. Проверим равенство нулю суммы моментов всех сил, приложенных к раме, включая реакции опор, относительно точки D (рис. 47). Реакции внутренних шарниров приложены к

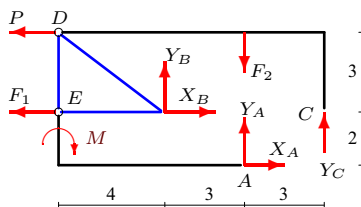


Рис. 47

отдельным частям рамы; в условие равновесия всей рамы в целом они не входят, и проверить таким образом их нельзя. При необходимости можно выполнить проверку, выделяя из рамы не три, а две части (две возможные комбинации: $AE + BDE$ и CD , AE и $BDE + CD$) и проверяя их равновесие. Итак, имеем сумму:

$$\begin{aligned} \sum M_{iD} &= 5 X_A + 3 X_B + 4 Y_B + 7 Y_A - 3 F_1 - M - 7 F_2 + 10 Y_C = \\ &= -100 + 102 - 12 + 42 - 30 - 2 - 70 + 70 = 0. \end{aligned}$$

Проверка выполнена. Реакции найдены правильно. Заметим, что проверка равенства нулю суммы проекций всех сил, приложенных к раме в целом, на ось x или y не является эффективной. Фактически эти суммы будут состоять из сумм уравнений для проекций из систем (1.26)–(1.28), и вероятные ошибки в уравнениях моментов никак не повлияют на равенство нулю в такой проверке.

С10. Конструкция из трех соединенных тел

Условия задач

Плоская конструкция стержневого типа состоит из трех тел, соединенных шарниром и стержнем. Приложены две одинаковые по величине силы и момент. В точке A конструкция крепится к основанию шарнирной опорой, в точках B и C — горизонтальными или вертикальными опорными стержнями. Найти реакции опор и усилие в стержне 1. Размеры даны в метрах.