

Глава 1

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

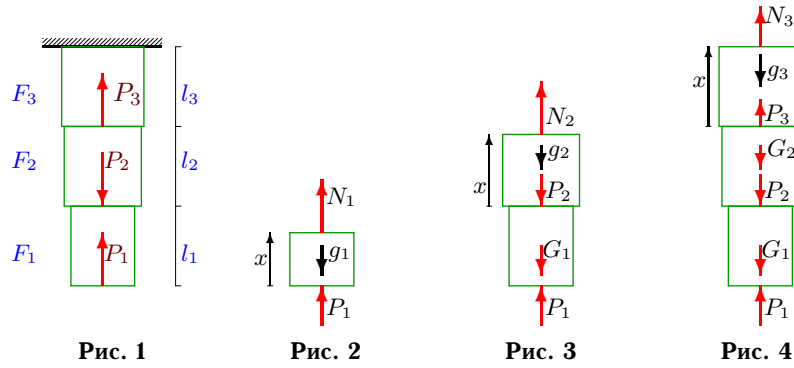
1.1. Деформация бруса с учетом веса

Постановка задачи. Найти удлинение вертикального однородного стального прямого призматического бруса кусочно-постоянного сечения под действием собственного веса и сил, приложенных к сечениям бруса.

План решения

1. Определяем веса участков бруса, на которых не меняется нагрузка и сечение.
2. Методом сечений, из условия равновесия внешних сил и реакций опор, находим усилия на концах участков.
3. По формуле $\sigma = N/F$, вычисляем напряжения на концах участков.
4. Определяем деформации бруса на концах участков по закону Гука $\varepsilon = \sigma/E$.
5. Удлинения участков находим по формуле $\Delta l_k = l_k(\varepsilon'_k + \varepsilon''_k)/2$, где ε'_k и ε''_k деформации на концах участка k .
6. Общее удлинение бруса определяем как сумму удлинений всех участков $\Delta l = \sum_k \Delta l_k$.

Пример. Найти удлинение (в мм) стального прямого призматического бруса кусочно-постоянного сечения под действием собственного веса и сил $P_1 = 63\text{кН}$, $P_2 = 108\text{кН}$, $P_3 = 42\text{кН}$, приложенных к сечениям бруса (рис. 1). Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и относительных удлинений. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5\text{МПа}$, объемный вес $\gamma = 78\text{кН/м}^3$. Площади сечений $F_1 = 24\text{см}^2$, $F_2 = 29\text{см}^2$, $F_3 = 31\text{см}^2$, длины участков $l_1 = 3\text{м}$, $l_2 = 2\text{м}$, $l_3 = 3\text{м}$.

**Решение**

1. Определяем веса участков бруса, на которых не меняется нагрузка и сечение. Вес k -го участка длиной x $g_k = xF_k\gamma$. Веса участков: $G_1 = 3 \cdot 24 \cdot 10^{-4} \cdot 78 = 0.562$ кН, $G_2 = 2 \cdot 29 \cdot 10^{-4} \cdot 78 = 0.452$ кН, $G_3 = 3 \cdot 31 \cdot 10^{-4} \cdot 78 = 0.725$ кН.

2. Методом сечений, из условия равновесия внешних сил и реакций опор, находим усилия на концах участка 1 (рис. 2):

$$\begin{aligned} N_1(x) &= g_1 - P_1, \\ N_1(0) &= N_1' = -P_1 = -63 \text{ кН}, \\ N_1(3) &= N_1'' = G_1 - P_1 = -62.438 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Участок 2 (рис. 3):

$$\begin{aligned} N_2(x) &= G_1 - P_1 + P_2 + g_2, \\ N_2(0) &= N_2' = G_1 - P_1 + P_2 = 45.562 \text{ кН}, \\ N_2(2) &= N_2'' = G_1 - P_1 + P_2 + G_2 = 46.014 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Участок 3 (рис. 4):

$$\begin{aligned} N_3(x) &= G_1 - P_1 + P_2 + G_2 - P_3 + g_3, \\ N_3(0) &= N_3' = G_1 - P_1 + P_2 + G_2 - P_3 = 4.014 \text{ кН}, \\ N_3(3) &= N_3'' = G_1 - P_1 + P_2 + G_2 - P_3 + G_3 = 4.739 \text{ кН}. \end{aligned}$$

3. Вычисляем напряжения на концах участка 1:

$$\begin{aligned} \sigma_1' &= N_1'/F_1 = -63 \cdot 10^3 / (24 \cdot 10^{-4}) = -26.25 \text{ МПа}, \\ \sigma_1'' &= N_1''/F_1 = -62.438 \cdot 10^3 / (24 \cdot 10^{-4}) = -26.016 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Участок 2:

$$\begin{aligned} \sigma_2' &= N_2'/F_2 = 45.562 \cdot 10^3 / (29 \cdot 10^{-4}) = 15.711 \text{ МПа}, \\ \sigma_2'' &= N_2''/F_2 = 46.014 \cdot 10^3 / (29 \cdot 10^{-4}) = 15.867 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Участок 3:

$$\begin{aligned} \sigma_3' &= N_3'/F_3 = 4.014 \cdot 10^3 / (31 \cdot 10^{-4}) = 1.295 \text{ МПа}, \\ \sigma_3'' &= N_3''/F_3 = 4.739 \cdot 10^3 / (31 \cdot 10^{-4}) = 1.529 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

4. Определяем деформации бруса на концах участков по закону Гука. Участок 1:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1' &= \sigma_1'/E = -26.25/(2 \cdot 10^5) = -1.313 \cdot 10^{-4}, \\ \varepsilon_1'' &= \sigma_1''/E = -26.016/(2 \cdot 10^5) = -1.301 \cdot 10^{-4}.\end{aligned}$$

Участок 2:

$$\begin{aligned}\varepsilon_2' &= \sigma_2'/E = 15.711/(2 \cdot 10^5) = 0.786 \cdot 10^{-4}, \\ \varepsilon_2'' &= \sigma_2''/E = 15.867/(2 \cdot 10^5) = 0.793 \cdot 10^{-4}.\end{aligned}$$

Участок 3:

$$\begin{aligned}\varepsilon_3' &= \sigma_3'/E = 1.295/(2 \cdot 10^5) = 0.065 \cdot 10^{-4}, \\ \varepsilon_3'' &= \sigma_3''/E = 1.529/(2 \cdot 10^5) = 0.076 \cdot 10^{-4}.\end{aligned}$$

5. Определяем удлинения участков:

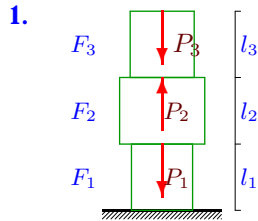
$$\begin{aligned}\delta l_1 &= l_1 \frac{\varepsilon_1' + \varepsilon_1''}{2} = 3 \frac{-1.313 - 1.301}{2} \cdot 10^{-4} = -0.392 \text{ мм}, \\ \delta l_2 &= l_2 \frac{\varepsilon_2' + \varepsilon_2''}{2} = 2 \frac{0.786 + 0.793}{2} \cdot 10^{-4} = 0.158 \text{ мм}, \\ \delta l_3 &= l_3 \frac{\varepsilon_3' + \varepsilon_3''}{2} = 3 \frac{0.065 + 0.076}{2} \cdot 10^{-4} = 0.021 \text{ мм}.\end{aligned}$$

6. Общее удлинение бруса определяем как сумму удлинений всех участков

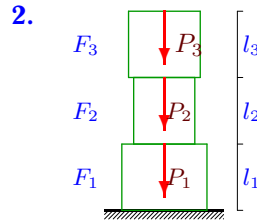
$$\Delta l = \sum_k \delta l_k = -0.392 + 0.158 + 0.021 = -0.213 \text{ мм}.$$

Под действием внешних нагрузок брус укоротится на -0.213 мм.

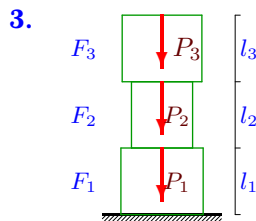
Условия задач. Найти удлинение (в мм) стального прямого призматического бруса кусочно-постоянного сечения под действием собственного веса и сил P_1 , P_2 , P_3 , приложенных к сечениям бруса. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и относительных удлинений. Модуль упругости материала $E=2 \cdot 10^5$ МПа, объемный вес $\gamma=78$ кН/м³.



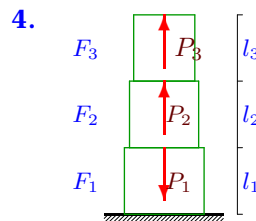
$$P_1=120\text{кН}, P_2=110\text{кН}, P_3=87\text{кН}, \\ F_1=23\text{см}^2, F_2=32\text{см}^2, F_3=24\text{см}^2, \\ l_1=2\text{м}, l_2=4\text{м}, l_3=2\text{м}.$$



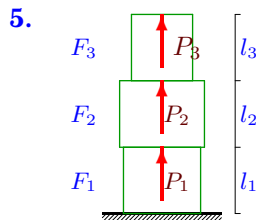
$$P_1=63\text{кН}, P_2=88\text{кН}, P_3=75\text{кН}, \\ F_1=32\text{см}^2, F_2=23\text{см}^2, F_3=27\text{см}^2, \\ l_1=2\text{м}, l_2=2\text{м}, l_3=2\text{м}.$$



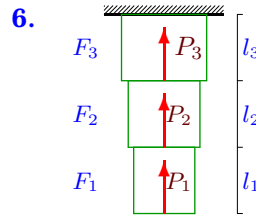
$$P_1=42\text{кН}, P_2=84\text{кН}, P_3=120\text{кН}, \\ F_1=31\text{см}^2, F_2=23\text{см}^2, F_3=30\text{см}^2, \\ l_1=2\text{м}, l_2=2\text{м}, l_3=2\text{м}.$$



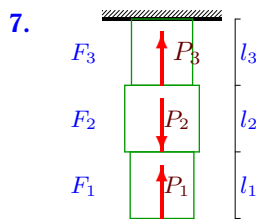
$$P_1=29\text{кН}, P_2=120\text{кН}, P_3=115\text{кН}, \\ F_1=30\text{см}^2, F_2=26\text{см}^2, F_3=23\text{см}^2, \\ l_1=2\text{м}, l_2=3\text{м}, l_3=4\text{м}.$$



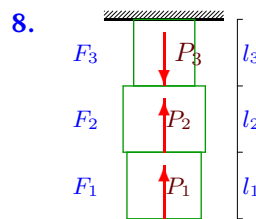
$$P_1=77\text{кН}, P_2=75\text{кН}, P_3=77\text{кН}, \\ F_1=29\text{см}^2, F_2=32\text{см}^2, F_3=23\text{см}^2, \\ l_1=3\text{м}, l_2=3\text{м}, l_3=3\text{м}.$$



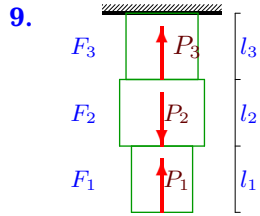
$$P_1=26\text{кН}, P_2=26\text{кН}, P_3=28\text{кН}, \\ F_1=23\text{см}^2, F_2=27\text{см}^2, F_3=32\text{см}^2, \\ l_1=3\text{м}, l_2=3\text{м}, l_3=3\text{м}.$$



$$P_1=44\text{кН}, P_2=84\text{кН}, P_3=63\text{кН}, \\ F_1=24\text{см}^2, F_2=28\text{см}^2, F_3=23\text{см}^2, \\ l_1=3\text{м}, l_2=2\text{м}, l_3=3\text{м}.$$



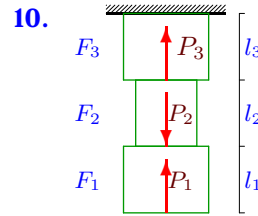
$$P_1=90\text{кН}, P_2=105\text{кН}, P_3=116\text{кН}, \\ F_1=28\text{см}^2, F_2=31\text{см}^2, F_3=23\text{см}^2, \\ l_1=3\text{м}, l_2=4\text{м}, l_3=2\text{м}.$$



$$P_1=96\text{кН}, P_2=30\text{кН}, P_3=120\text{кН},$$

$$F_1=23\text{см}^2, F_2=32\text{см}^2, F_3=27\text{см}^2,$$

$$l_1=3\text{м}, l_2=2\text{м}, l_3=4\text{м}.$$



$$P_1=115\text{кН}, P_2=52\text{кН}, P_3=24\text{кН},$$

$$F_1=32\text{см}^2, F_2=23\text{см}^2, F_3=32\text{см}^2,$$

$$l_1=4\text{м}, l_2=2\text{м}, l_3=3\text{м}.$$

Ответы

№	δ_1	δ_2	δ_3	δ
1	-0.428	0.138	-0.363	-0.653
2	-0.709	-0.711	-0.279	-1.699
3	-0.797	-0.890	-0.401	-2.088
4	0.681	1.350	0.997	3.028
5	1.176	0.708	0.500	2.385
6	-0.168	-0.284	-0.368	-0.820
7	-0.273	0.146	-0.142	-0.269
8	-0.480	-1.251	-0.336	-2.067
9	-0.624	-0.204	-1.367	-2.195
10	-0.716	-0.269	-0.400	-1.384

Глава 2

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

2.1. Сечение из прокатного профиля

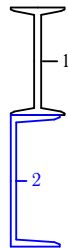
Постановка задачи. Найти максимальный и минимальный моменты инерции составной фигуры и угол наклона главной оси инерции к оси x . Ось x горизонтальная, направлена направо, ось y — вертикальная вверх.

Дано: двутавр ГОСТ 8239-89, швеллер ГОСТ 8240-89, уголок ГОСТ 8509-89.

План решения

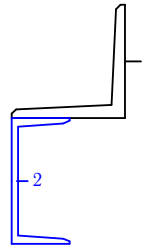
Решение

1.



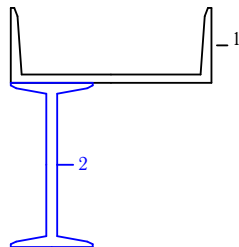
1 — двутавр 18, 2 — швеллер 22.

2.



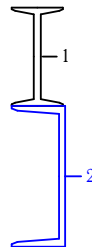
1 — уголок №9, $d = 7$ мм,
2 — швеллер 10.

3.



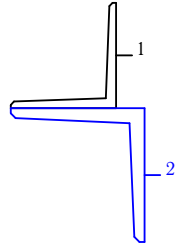
1 — швеллер 22, 2 — двутавр 18.

4.



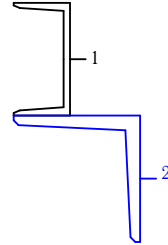
1 — двутавр 14, 2 — швеллер 20.

5.



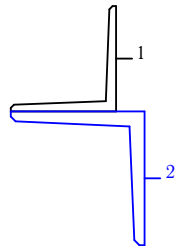
1 — уголок №6.3, $d = 4$ мм,
2 — уголок №8, $d = 6$ мм.

6.



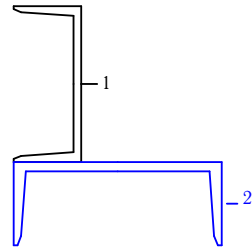
1 — швеллер 8,
2 — уголок №9, $d = 7$ мм.

7.



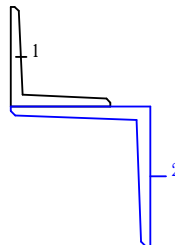
1 — уголок №6.3, $d = 4$ мм,
2 — уголок №8, $d = 6$ мм.

8.



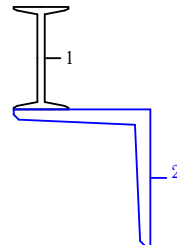
1 — швеллер 12, 2 — швеллер 16.

9.



1 — уголок №10, $d = 8$ мм,
2 — уголок №14, $d = 9$ мм.

10.



1 — двутавр 12,
2 — уголок №16, $d = 12$ мм.

Ответы