



Морис Дж. Кендалл (1907-1983)

Задача. Результаты эксперимента получили оценки по двум критериям

$$a = 16, 13, 12, 9, 11$$

$$b = 52, 34, 59, 24, 43$$

Оценить корреляцию результатов.

Решение

Сортируем по убыванию список a

$$a = 16, 13, 12, 11, 9$$

В соответствии с порядком списка a меняем порядок списка b (в данном примере просто меняем порядок двух последних элементов, так как в списке a при сортировке тоже поменялись последние элементы):

$$b = [52, 34, 59, 43, 24].$$

Число элементов списка $n=5$. Сортируем по убыванию список b

$$[59, 52, 43, 34, 24].$$

Составляем порядковые номера элементов списка b в соответствии с упорядоченным списком. Число 52, например, это второй элемент в упорядоченном списке, 34 - четвертый элемент:

$$r = [2, 4, 1, 3, 5]$$

По этому списку составляем список превосходности R . Начинаем с номера 2. Смотрим, сколько номеров больших 2 справа от него. Это номера 4, 3 и 5. Следовательно, первым элементом в списке R будет 3. Правее числа 4 стоит только один номер (номер 5), больший чем 4. Продолжаем далее и получаем список R

$$R = 3, 1, 2, 1$$

Этот список имеет длину $n-1$.

Вычисляем *выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла*:

$$\tau_g = \frac{4 \sum_{i=1}^{n-1} R_i}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 4} - 1 = 0.4$$

Много это или мало? Положим, что погрешность наших выводов не более 5%. Берем $\alpha = 0.05$. Отсюда $\Phi = (1 - \alpha) / 2 = 0.475$. Имеем, например, следующую критическую границу

$$\tau_{\text{крит}} = x_{\text{крит}} \sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}.$$

Из таблицы значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-t^2/2) dt$ получаем

$$x_{\text{крит}} = 1.96. \text{ Следовательно, } \tau_{\text{крит}} = 1.96 \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \cdot 5 + 5)}{9 \cdot 5 \cdot (5 - 1)}} = 0.8$$

Так как $\tau_{\text{крит}} > \tau_g$, то делаем вывод об отсутствии корреляции данных a и b .

Продолжение прилож. 2

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956

Литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики. М.:1979. с. 204.