

Механизм с двумя степенями свободы

В указанном положении плоского механизма (рис. 1) заданы угловые скорости двух его звеньев $\omega_{CDz} = -3\frac{1}{c}$, $\omega_{FEz} = 3\frac{1}{c}$. Длины звеньев: $OA = DC = 4$ см, $AB = BC = EF = 4\sqrt{2}$ см, $BE = 3$ см. Стержни OA , CD вертикальные BE — горизонтальный; $\alpha = 45^\circ$. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

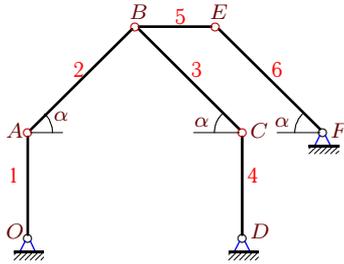


Рис. 1

Решение

Пронумеруем стержни механизма (рис. 1).

Составляем кинематический граф¹

$$O \xrightarrow[\pi/2]{1} A \xrightarrow[\pi/4]{2} B \xrightarrow[-\pi/4]{3} C \xrightarrow[-\pi/2]{4} D$$

Уравнения для скоростей в проекциях на оси для этого графа имеют вид

$$v_{Dx} = v_{Ox} - OA\omega_{1z} \sin \frac{\pi}{2} - AB\omega_{2z} \sin \frac{\pi}{4} - BC\omega_{3z} \sin \left(\frac{-\pi}{4} \right) - CD\omega_{4z} \sin \left(\frac{-\pi}{2} \right),$$

$$v_{Dy} = v_{Oy} + OA\omega_{1z} \cos \frac{\pi}{2} + AB\omega_{2z} \cos \frac{\pi}{4} + BC\omega_{3z} \cos \left(\frac{-\pi}{4} \right) + CD\omega_{4z} \cos \left(\frac{-\pi}{2} \right).$$

Упростим уравнения с учетом $v_{Dx} = v_{Ox} = v_{Dy} = v_{Oy} = 0$:

$$0 = -OA\omega_{1z} - AB\omega_{2z} \sin \frac{\pi}{4} + BC\omega_{3z} \sin \frac{\pi}{4} + CD\omega_{4z}, \quad (1)$$

$$0 = AB\omega_{2z} \cos \frac{\pi}{4} + BC\omega_{3z} \cos \frac{\pi}{4}. \quad (2)$$

Составляем граф

$$D \xrightarrow[\pi/2]{4} C \xrightarrow[3\pi/4]{3} B \xrightarrow[0]{5} E \xrightarrow[-\pi/4]{6} F$$

Уравнения для скоростей в проекциях на оси для этого графа имеют вид

$$v_{Fx} = v_{Dx} - DC\omega_{4z} \sin \frac{\pi}{2} - CB\omega_{3z} \sin \frac{3\pi}{4} - BE\omega_{5z} \sin 0 - EF\omega_{6z} \sin \left(\frac{-\pi}{4} \right),$$

$$v_{Fy} = v_{Dy} + DC\omega_{4z} \cos \frac{\pi}{2} + CB\omega_{3z} \cos \frac{3\pi}{4} + BE\omega_{5z} \cos 0 + EF\omega_{6z} \cos \left(\frac{-\pi}{4} \right).$$

Упростим уравнения

$$0 = -DC\omega_{4z} - CB\omega_{3z} \sin \frac{3\pi}{4} + EF\omega_{6z} \sin \frac{\pi}{4}, \quad (3)$$

¹Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчеты по теоретической механике на базе ЭВМ. — М.: Высшая школа, 1986; Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008, с. 130

$$0 = CB\omega_{3z} \cos \frac{3\pi}{4} + BE\omega_{5z} + EF\omega_{6z} \cos \frac{\pi}{4}. \quad (4)$$

В системе (1–4) известны угловые скорости $\omega_{4z} = -3\frac{1}{c}$, $\omega_{6z} = 3\frac{1}{c}$. После подстановки численных данных система примет вид

$$\begin{aligned} -\omega_{1z} - \omega_{2z} + \omega_{3z} - 3 &= 0, \\ \omega_{2z} + \omega_{3z} &= 0, \\ 3 - \omega_{3z} + 3 &= 0, \\ -4\omega_{3z} + 3\omega_{5z} + 4 \cdot 3 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решаем систему (5):

$$\omega_{1z} = 9\frac{1}{c}, \quad \omega_{2z} = -6\frac{1}{c}, \quad \omega_{3z} = 6\frac{1}{c}, \quad \omega_{5z} = 4\frac{1}{c}.$$

Другой способ решения задачи — построение плана скоростей (Решебник, с.164). Вычисляем модули скоростей точек E и C (рис. 2). Направления векторов выбираем с учетом знаков угловых скоростей (положительная угловая скорость соответствует вращению *против* часовой стрелки).

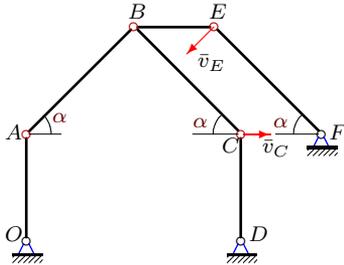


Рис. 2

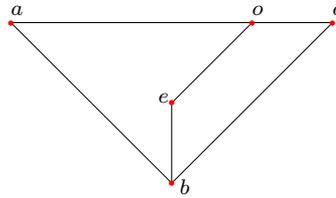


Рис. 3

На рис. 3 изображен план скоростей механизма. По правилу построения плана скоростей $BE \perp be$, $BC \perp bc$. Отсюда получаем положение точки e . Аналогично, $AO \perp ao$, $AB \perp ab$. Здесь легко найти $ab = 24\sqrt{2}$, $be = 12$, $bc = 24\sqrt{2}$, $ao = 36$. Модули угловых скоростей получаем по простым формулам: $\omega_{AB} = ab/AB$, $\omega_{BE} = be/BE$, $\omega_{BC} = bc/BC$, $\omega_{AO} = ao/AO$.

Заметим, что с помощью мгновенных центров скоростей эту задачу решить нельзя.