Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова
НИИ МЕХАНИКИ

Неголономная механика и задачи управления колесными мобильными роботами

Мартыненко Ю.Г.

Общемосковский семинар по теоретической механике, 15 декабря 2010 г.

Содержание

- Введение
- Матричная форма уравнений движения систем с неголономными связями
- Прямая и обратная задачи кинематики КМР
- Управление движением колесных мобильных роботов
- Новые механические эффекты в движении КМР
- Роликонесущие колеса
- Segway и одноколесные роботы
- Выводы

Новочеркасск: Механика – это **ОТДЕЛЬНАЯ** наука, являющаяся фундаментом современного научно-технического прогресса

- **Механика отсутствует в перечне критических технологий и приоритетных направлений развития науки РФ**

- **Механика – это обороноспособность страны, космос использование атомной энергии, новые типы транспортных средств, мехатроника – национальные научные идеи!!!**

МЕХАТРОНИКА=МЕХАНИКА + МИКРОЭЛЕКТРОНИКА

Движение мобильного робота в городских условиях

Цель доклада:

демонстрация возможностей получения новых результатов и их практическое использование при

- разработке методов синтеза управления, стабилизирующего желаемый режим работы и обеспечивающего максимальную область притяжения
- минимизации энергетических затрат

Методы исследования

- комплексное использование аналитических и компьютерных методов;
- численный эксперимент с визуализацией результатов;
- эксперимент.

Внедрение:

- новые типы транспортных средств
- разработка КМР (медицина, сервис и т.д.)

Проблема корректности модели неголономной связи

- Пределы применимости модели связи в механике (идеальные, односторонние,…)

- Отсутствие верчения на площадке контакта! (В.Ф.Журавлев, Д.М.Климов)

- Методы сингулярно возмущенных уравнений (И.В. Новожилов)

- **Методы аналитической механики весьма удобны для составления уравнений движений электромеханических систем с неголономными связями**.

Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями

s-мерный вектор обобщенных координат

$$\mathbf{q} = \left| q_1, \quad q_2, \quad \dots \quad q_s \right|^T$$

l неголономных связей (отсутствие скольжения колес,…)

Матрица $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{q})$ прямоугольная $(l \times s)$

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = 0 \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}}\right)^T = \mathbf{Q} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda} \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} &(1) \\ &(2) \end{aligned}$$

Вектор неопределенных множителей $\boldsymbol{\lambda} = \left| \lambda_1, \quad \lambda_2, \quad \dots \quad \lambda_l \right|^T$

$r = s - l$ степеней свободы, $s + l$ скалярных уравнений для $s + l$ неизвестных q_j, λ_k.

Уравнения Воронца

$$\underset{s\times 1}{\mathbf{q}} = \begin{vmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{vmatrix};\ \underset{r\times 1}{\mathbf{q}_1} = \begin{vmatrix} q_1 \\ .. \\ q_r \end{vmatrix};\ \underset{l\times 1}{\mathbf{q}_2} = \begin{vmatrix} q_{r+1} \\ .. \\ q_s \end{vmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_2 = \underset{l\times r}{\mathbf{A}}\,\dot{\mathbf{q}}_1 \qquad (3)$$

уравнения неголономных связей

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1) \equiv T(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_1) \qquad (4)$$

- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\dot{\mathbf{q}}_1}\right)^T - \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{q}_1}\right)^T = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}^T\left(\mathbf{Q}_2 + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{q}_2}\right)^T\right) + \left[\frac{d\mathbf{A}^T}{dt} - \left(\frac{\partial(\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial\mathbf{q}_1}\right)^T - \mathbf{A}^T\left(\frac{\partial(\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial\mathbf{q}_2}\right)^T\right]\mathbf{p}_2$$

$$(5)$$

$$\mathbf{p}_2 = \left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\mathbf{q}}_2}\right)^T$$

- обобщенный импульс

Уравнения Чаплыгина

Кинетическая энергия и уравнения неголономных связей не зависят от вектора обобщенных координат $\mathbf{q}_2$

$$\dot{\mathbf{q}}_2 = \underset{l\times r}{\mathbf{A}}\left(\mathbf{q}_1\right)\dot{\mathbf{q}}_1$$ уравнения неголономных связей

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) \equiv T(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1, \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_1) \qquad (6)$$

\- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\dot{\mathbf{q}}_1}\right)^T - \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{q}_1}\right)^T = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}^T\mathbf{Q}_2 + \left[\frac{d\mathbf{A}^T}{dt} - \left(\frac{\partial(\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial\mathbf{q}_1}\right)^T\right]\mathbf{p}_2 \qquad (7)$$

$$\mathbf{p}_2 = \left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\mathbf{q}}_2}\right)^T$$ - обобщенный импульс

Уравнения Маджи

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей (*r=s-l*)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s\times r}{\mathbf{H}}\,\dot{\boldsymbol{\pi}} \qquad (8)$$

H –прямоугольная матрица: $$\mathbf{B}\,\mathbf{H} = \mathbf{0} \qquad (9)$$

$$\mathbf{H}^T\left(\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}}\right)^T - \mathbf{Q}\right) = \mathbf{0} \qquad (10)$$

r – число степеней свободы неголономной электромеханической системы.

Уравнения Эйлера-Лагранжа в псевдоскоростях

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей (r=s-l)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s\times r}{\mathbf{H}}\,\dot{\boldsymbol{\pi}} \qquad (8)$$

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q},\dot{\boldsymbol{\pi}}) \equiv T(\mathbf{q},\mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\pi}}) \qquad (11)$$

- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\dot{\boldsymbol{\pi}}}\right)^T - \mathbf{H}^T\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{q}}\right)^T = \mathbf{H}^T\mathbf{Q} + \left(\frac{d\mathbf{H}^T}{dt} - \mathbf{H}^T\left(\frac{\partial\left(\mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\pi}}\right)}{\partial\mathbf{q}}\right)^T\right)\mathbf{p} \qquad (12)$$

$$\mathbf{p} = \left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\mathbf{q}}}\right)^T$$

- обобщенный импульс

Уравнения Аппеля

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей (r=s-l)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s\times r}{\mathbf{H}}\,\dot{\boldsymbol{\pi}} \qquad (8)$$

$$S = \frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu w_\nu^2 \equiv \frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{n} m_\nu \mathbf{w}_\nu^T \mathbf{w}_\nu \qquad (13)$$

- «энергия» ускорений или функция Аппеля $S = S\left(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\pi}}, \ddot{\boldsymbol{\pi}}\right)$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \ddot{\boldsymbol{\pi}}}\right)^T = \boldsymbol{\Pi} \qquad (14)$$

$\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{H}^T \mathbf{Q}$ - обобщенная сила

Заключение

- Решение задач научно-технического прогресса требует использования самых последних достижений различных областей науки, среди которых одно из главных мест занимает механика.
- Внедрить эти достижения смогут только хорошо образованные специалисты, обладающие глубокими фундаментальными знаниями.
- Создание специализированных программ подготовки специалистов для решения инновационных задач