Отсюда видно, что задача имеет два решения. Первое решение $\alpha=0$ имеет лишь теоретическое значение, так как конструкция механизма не позволяет углу α обращаться в нуль. Практическое значение имеет второе решение, которое дается формулой

$$\cos\alpha=\frac{g(P_1+P_2)}{P_1c\omega^2}.$$

Так как $z=2c\cos\alpha$, то отсюда получаем для z формулу

$$z=\frac{2g(P_1+P_2)}{P_1\omega^2}.$$

По этой формуле вычисляется величина z (т. е. высота муфты), соответствующая данной угловой скорости ω. Наоборот, равновесная угловая скорость ω, соответствующая данной высоте муфты, т. е. данному z, находится по формуле

$$\omega=\sqrt{\frac{2g(P_1+P_2)}{P_1z}}. \qquad (1)$$

Применим этот результат к численному примеру. Положим, что $P_1=10$ *кг*, $P_2=60$ *кг*, $z=36$ *см*. По формуле (1) находим:

$$\omega=\sqrt{\frac{2\cdot 981\cdot 70}{10\cdot 36}}=19{,}5\ \frac{1}{сек},$$

что соответствует $\omega=186$ *об/мин*.

ГЛАВА XIII

ЗАКОН КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

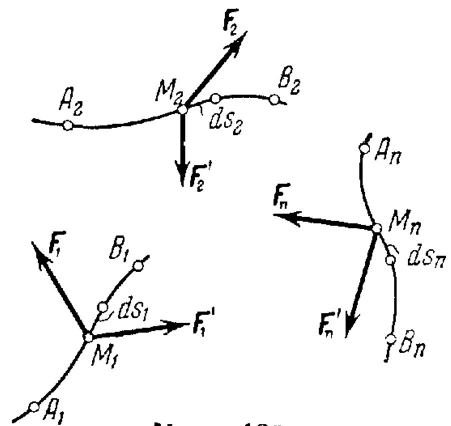
§ 73. Закон кинетической энергии

В главе IV был изложен закон кинетической энергии в применении к одной материальной точке. Распространим теперь этот закон на движение механической системы.

Представим себе механическую систему $M_1, M_2, \ldots, M_n$ (черт. 120), движущуюся под действием приложенных к ней сил. Все силы, действующие на систему, разделим на два разряда: на силы задаваемые и реакции связей. Равнодействующие задаваемых сил, приложенных к каждой из точек системы, обозначим $F_1, F_2, \ldots, F_n$; равнодействующие реакций связей обозначим соответственно $F_1', F_2', \ldots, F_n'$. Связи системы будем предполагать двусторонними и идеальными;

кроме того, будем считать, что в числе связей системы нет связей, зависящих от времени.

Применим закон кинетической энергии к движению каждой точки системы. Возьмем бесконечно малый промежуток времени dt и отметим элементарные перемещения ds_1, ds_2, ..., ds_n, получаемые точками системы за этот промежуток времени. По закону кинетической энергии бесконечно малое приращение кинетической энергии материальной точки M_i за время dt равно сумме элементарных работ приложенных к этой точке сил на элементарном перемещении ds_i. Применяя этот закон ко всем точкам системы и обозначая массы точек системы через m_1, m_2, ..., m_n, а их скорости через $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$, ..., $\boldsymbol{v}_n$, будем иметь:



Черт. 120.

$$d\frac{m_1v_1^2}{2} = F_1\,ds_1\cos(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{v}_1) + F_1'\,ds_1\cos(\boldsymbol{F}_1', \boldsymbol{v}_1),$$

$$d\frac{m_2v_2^2}{2} = F_2\,ds_2\cos(\boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{v}_2) + F_2'\,ds_2\cos(\boldsymbol{F}_2', \boldsymbol{v}_2),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$d\frac{m_nv_n^2}{2} = F_n\,ds_n\cos(\boldsymbol{F}_n, \boldsymbol{v}_n) + F_n'\,ds_n\cos(\boldsymbol{F}_n', \boldsymbol{v}_n).$$

Сложим почленно эти уравнения:

$$\sum d\frac{m_iv_i^2}{2} = \sum F_i\,ds_i\cos(\boldsymbol{F}_i, \boldsymbol{v}_i) + \sum F_i'\,ds_i\cos(\boldsymbol{F}_i', \boldsymbol{v}_i).$$

Далее имеем:

$$\sum d\frac{m_iv_i^2}{2} = d\sum\frac{m_iv_i^2}{2}.$$

Сумму кинетических энергий точек системы назовем *кинетической энергией системы* и обозначим буквой T, т. е. положим:

$$T = \sum\frac{m_iv_i^2}{2}.$$

Следовательно, получаем:

$$dT = \sum F_i\,ds_i\cos(\boldsymbol{F}_i, \boldsymbol{v}_i) + \sum F_i'\,ds_i\cos(\boldsymbol{F}_i', \boldsymbol{v}_i),$$

где dT есть бесконечно малое приращение кинетической энергии системы за время dt.

Заметим теперь, что движение нашей системы происходит, конечно, без нарушения связей; перемещения, получаемые точками системы при ее движении, допускаются связями. Отсюда следует, что перемещение ds_1, ds_2, $\ldots$, ds_n, получаемое системой за время dt, принадлежит к числу виртуальных перемещений системы [1]). Так как связи системы предполагаются двусторонними и идеальными, то мы заключаем, что сумма работ реакций связей на перемещениях ds_1, ds_2, $\ldots$, ds_n равна нулю. Отбрасывая второй член в последнем равенстве, получаем:

$$dT = \sum F_i\, ds_i \cos(\boldsymbol{F}_i,\ \boldsymbol{v}_i).$$

Этот результат говорит нам, что бесконечно малое изменение кинетической энергии системы за бесконечно малый промежуток времени dt равно сумме элементарных работ задаваемых сил на соответствующих бесконечно малых перемещениях точек системы.

Возьмем теперь конечный промежуток времени, заключающийся между моментами времени t_1 и t_2. Положим, что в момент t_1 система занимает положение, обозначенное буквами A_1, A_2 $\ldots$, A_n (черт. 120); назовем это положение системы положением *I*; в момент t_2 система занимает положение B_1, B_2, $\ldots$, B_n; пусть это будет положение *II*. За время $t_2 - t_1$ система проходит из положения *I* в положение *II*. На сколько изменяется при этом живая сила системы?

Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе, что промежуток времени $t_2 - t_1$ разбит на ряд элементарных промежутков времени dt. Мы только что видели, что приращение кинетической энергии системы за элементарный промежуток времени равно сумме работ задаваемых сил на соответствующем элементарном перемещении системы. Складывая же приращения, которые кинетическая энергия системы получает за каждый элементарный промежуток времени dt, мы получим полное приращение кинетической энергии за время $t_2 - t_1$, равное разности $T_2 - T_1$, где T_1 и T_2 — значения кинетической энергии в положениях *I* и *II*. Имея в виду, что сумма элементарных работ силы $\boldsymbol{F}_i$, соответствующих всем элементарным промежуткам времени dt, на которые мы разбили промежуток времени $t_2 - t_1$, равняется конечной работе

$$R_i = \int\limits_{A_i}^{B_i} F_i\, ds_i \cos(\boldsymbol{F}_i,\ \boldsymbol{v}_i)$$

[1]) Такое заключение было бы неправильно, если бы в числе связей системы имелись связи, зависящие от времени. В этом случае действительное перемещение, получаемое системой за время dt, не было бы виртуальным перемещением в том смысле, какой присвоен этому термину на стр. 155.

этой силы на перемещении точки M_i из положения A_i в положение B_i, получаем:

$$T_2 - T_1 = \sum \int_{A_i}^{B_i} F_i ds_i \cos(F_i, v_i),$$

или, короче,

$$T_2 - T_1 = \sum R_i.$$

Итак, при переходе системы из положения I в положение II *изменение кинетической энергии системы равно сумме работ задаваемых сил, приложенных к точкам системы.* Так формулируется *закон кинетической энергии* в применении к движению механической системы.

Мы получили здесь соотношение, из которого все реакции связей оказываются исключенными. В этом состоит практическая ценность полученного результата. Применяя закон кинетической энергии, мы получаем возможность автоматически исключать реакции связей; благодаря этому применение закона кинетической энергии является весьма удобным приемом для решения задач динамики.

Необходимо подчеркнуть, что исключение реакций связей из уравнения, выражающего закон кинетической энергии, имеет место лишь тогда, когда все связи системы предполагаются двусторонними, идеальными и не зависящими от времени. В приложениях обычно приходится иметь дело именно с такими случаями. Конечно, если существуют силы трения, то они должны быть отнесены к задаваемым силам.

Понятие кинетической энергии было введено в науку Лейбницем под именем *живой силы*. Сущность закона живой силы, или кинетической энергии (как и большинства основных теорем механики), была раскрыта лишь постепенно трудами целого ряда исследователей. Окончательная формулировка закона живой силы была дана Даниилом Бернулли (1748).

§ 74. Теорема Кенига

При вычислении кинетической энергии системы во многих случаях оказывается полезной теорема, которая была установлена Кенигом (1751).

Представим себе механическую систему $M_1, M_2, \ldots, M_n$ (черт. 121) и обозначим координаты точки M_i, отнесенные к координатным осям x, y, z, через x_i, y_i, z_i. Геометрическая точка C, определяемая координатами

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{M}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{M}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{M}, \tag{1}$$

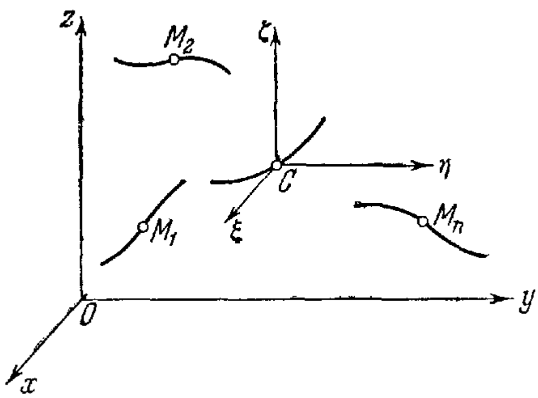
где $M=\sum m_i$ — масса всей системы, называется *центром инерции системы*.

Только что написанные формулы для координат центра инерции могут быть представлены несколько иначе. Умножая числитель и знаменатель в этих формулах на g, будем иметь:

$$x_c=\frac{\sum p_i x_i}{P}, \quad y_c=\frac{\sum p_i y_i}{P}, \quad z_c=\frac{\sum p_i z_i}{P}, \tag{2}$$

где p_i — вес точки M_i, а P — вес всей системы.

Но формулами (2) определяются, как известно (см. часть I, § 68), координаты центра тяжести. Отсюда следует, что точка, названная нами центром инерции системы, совпадает с центром тяжести системы. Однако следует заметить, что самое понятие центра инерции гораздо шире, нежели понятие центра тяжести, установленное нами в статике. О центре тяжести системы можно говорить только тогда, когда система находится под действием сил тяжести. Представление же о центре инерции, как о точке, определяемой формулами (1), совершенно не зависит от того, какие силы действуют на систему.



Черт. 121.

Заметим, что положение центра инерции системы C может быть определено также значением радиуса-вектора (обозначим его $\boldsymbol{r}_c$), проведенного в центр инерции из начала наших координатных осей. Обозначая радиусы-векторы, проведенные из начала осей в точки M_1, M_2, ..., M_n, через $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$, ..., $\boldsymbol{r}_n$, будем иметь:

$$\boldsymbol{r}_c=\frac{\sum m_i \boldsymbol{r}_i}{M}. \tag{3}$$

Это векторное равенство равносильно трем равенствам (1). В самом деле, проектируя обе части уравнения (3) на оси x, y, z и замечая, что проекции векторов $\boldsymbol{r}_c$ и $\boldsymbol{r}_i$ равны соответственно координатам x_c, y_c, z_c и x_i, y_i, z_i, получим равенства (1).

Представим себе теперь, что система M_1, M_2, ..., M_n совершает некоторое движение; конечно, при этом и центр инерции C будет перемещаться в пространстве. Проведем через точку C взаимно перпендикулярные оси ξ, η, ζ, соответственно параллельные осям x, y, z, и представим себе, что оси ξ, η, ζ движутся вместе с центром инерции C, оставаясь себе параллельными, т. е. совершая *поступательное* движение. В таком случае оси ξ, η, ζ во все время движения будут оставаться параллельными осям x, y, z. Очевидно, что наша система, совершая свое абсолютное движение в пространстве, в то же время совершает некоторое относительное движение по отношению к движущимся осям ξ, η, ζ. Абсолютное движение системы мы можем рассматривать как составное из переносного движения вместе с осями ξ, η, ζ и относительного движения по отношению к этим осям. Условимся эти два составляющие движения называть переносным движением системы «вместе с центром инерции» и относительным движением системы «по отношению к центру инерции»; подчеркнем еще раз, что под относительным движением системы «по отношению к центру инерции» мы понимаем при этом относительное движение системы по отношению к осям, движущимся *поступательно* вместе с центром инерции.

При вычислении кинетической энергии системы во многих случаях полезно представлять себе абсолютное движение системы разложенным на те два составляющих движения, о которых сейчас шла речь. Мы покажем, что кинетическая энергия системы в ее абсолютном движении равна сумме кинетических энергий системы, соответствующих каждому из этих составляющих движений. В этом и состоит теорема Кенига.

В самом деле, кинетическая энергия системы в ее абсолютном движении равна

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}. \tag{4}$$

Рассматривая абсолютное движение точки M_i как составное из переносного движения вместе с осями ξ, η, ζ и из относительного движения по отношению к этим осям и замечая, что переносная скорость точки M_i есть не что иное, как скорость $\boldsymbol{v}_c$ центра инерции C, будем иметь по теореме сложения скоростей

$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_c + \boldsymbol{u}_i,$$

где $\boldsymbol{u}_i$ — относительная скорость точки M_i в ее относительном движении по отношению к осям ξ, η, ζ, т. е. в ее относительном движении по отношению к центру инерции.

Заметим, что квадрат скорости v_i^2 мы можем представить как скалярное произведение $\boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_i$. Следовательно,

$$v_i^2 = \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_i = (\boldsymbol{v}_c + \boldsymbol{u}_i) \cdot (\boldsymbol{v}_c + \boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{v}_c \cdot \boldsymbol{v}_c + \boldsymbol{u}_i \cdot \boldsymbol{u}_i + 2\boldsymbol{v}_c \cdot \boldsymbol{u}_i =$$
$$= v_c^2 + u_i^2 + 2v_c \cdot u_i.$$

Подставим это выражение v_i^2 в формулу (4). Умножая каждый член в выражении v_i^2 на $\frac{m_i}{2}$ и производя суммирование почленно, получаем:

$$T = \sum \frac{m_i v_c^2}{2} + \sum \frac{m_i u_i^2}{2} + \sum m_i (v_c \cdot u_i). \tag{5}$$

Далее, вспоминая свойства скалярного произведения (см. § 19), имеем:

$$\sum m_i (\boldsymbol{v}_c \cdot \boldsymbol{u}_i) = \sum (\boldsymbol{v}_c \cdot m_i \boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{v}_c \cdot \sum m_i \boldsymbol{u}_i.$$

С другой стороны, из равенства (3) имеем:

$$\sum m_i \boldsymbol{r}_i = M \boldsymbol{r}_c.$$

Точно так же, обозначая радиусы-векторы, проведенные в точки C и M_i из начала осей ξ, η, ζ (т. е. из центра инерции), через $\boldsymbol{\rho}_c$ и $\boldsymbol{\rho}_i$, будем иметь:

$$\sum m_i \boldsymbol{\rho}_i = M \boldsymbol{\rho}_c,$$

а так как $\boldsymbol{\rho}_c = 0$, то

$$\sum m_i \boldsymbol{\rho}_i = 0.$$

Продифференцируем теперь это равенство векторно по времени t. Имея в виду, что

$$\frac{d\boldsymbol{\rho}_i}{dt} = \boldsymbol{u}_i,$$

получим:

$$\sum m_i \boldsymbol{u}_i = 0.$$

Мы заключаем, что последний член в правой части формулы (5) обращается в нуль. Следовательно,

$$T = \sum \frac{m_i v_c^2}{2} + \sum \frac{m_i u_i^2}{2}.$$

Эта формула и выражает теорему Кенига: *кинетическая энергия системы равна сумме кинетической энергии системы в ее переносном (поступательном) движении вместе с центром инерции и кинетической энергии системы в ее относительном движении по отношению к центру инерции.*

Первая сумма в последней формуле, равная кинетической энергии системы в ее переносном поступательном движении вместе с центром инерции, может быть представлена несколько иначе. Замечая, что $\frac{v_c^2}{2}$ есть общий множитель во всех слагаемых этой суммы, имеем:

$$\sum \frac{m_i v_c}{2} = \frac{v_c^2}{2} \sum m_i = \frac{1}{2} M v_c^2,$$

где M — масса всей системы. Следовательно, окончательно получаем:

$$T = \frac{1}{2} M v_c^2 + \sum \frac{m_i u_i^2}{2}.$$

Член $\frac{1}{2}Mv_c^2$ есть не что иное, как кинетическая энергия, которую имел бы центр инерции C, если бы мы представили себе в нем сосредоточенной всю массу системы. Таким образом, мы получаем следующую окончательную формулировку теоремы Кенига: *кинетическая энергия системы равна сумме кинетической энергии центра инерции, в котором предполагается сосредоточенной вся масса системы, и кинетической энергии системы в ее относительном движении по отношению к центру инерции.* Напомним еще раз, что под относительным движением системы по отношению к центру инерции нужно понимать относительное движение по отношению к осям, движущимся *поступательно* вместе с центром инерции.

§ 75. Кинетическая энергия твердого тела

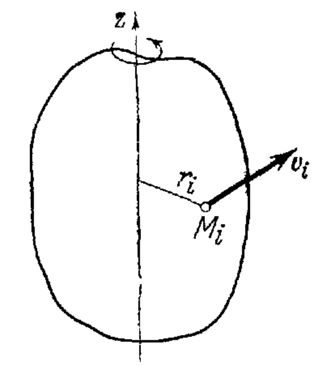
Остановимся теперь на вычислении кинетической энергии движущегося твердого тела. Мы рассмотрим последовательно различные случаи движения твердого тела.

1. *Поступательное движение твердого тела.*

Представим себе твердое тело, движущееся поступательно.

Применим теорему Кенига. Если твердое тело движется поступательно, то скорости всех его точек равны скорости $\boldsymbol{v}_c$ его центра инерции. По отношению к осям, движущимся поступательно вместе с центром инерции, тело никакого движения не совершает; относительные скорости $\boldsymbol{u}_i$ его точек по отношению к этим осям равны нулю. В данном случае второй член в формуле Кенига обращается в нуль, и мы получаем для кинетической энергии твердого тела выражение

$$T = \frac{1}{2}Mv_c^2.$$



Черт. 122.

Отсюда видно, что при вычислении кинетической энергии твердого тела, движущегося поступательно, можно рассматривать его как материальную точку, предполагая всю его массу сосредоточенной в его центре инерции.

2. *Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.*

Положим, что твердое тело вращается вокруг неподвижной оси z (черт. 122); величину угловой скорости вращения обозначим ω. Вычислим кинетическую энергию вращающегося тела, исходя из основной формулы

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Здесь m_i — масса любой частицы M_i тела, v_i — скорость этой частицы. В данном случае имеем:

$$v_i = r_i\omega,$$

где r_i — расстояние частицы M_i от оси вращения z. Следовательно,

$$T = \sum \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2.$$

Сумма $\sum m_i r_i^2$ играет большую роль в динамике вращательного движения твердого тела; эта величина называется *моментом инерции* твердого тела *относительно оси* z. Обозначая $\sum m_i r_i^2$ через J, имеем:

$$T = \frac{1}{2} J\omega^2.$$

Итак, *кинетическая энергия вращающегося твердого тела равна половине произведения его момента инерции (относительно оси вращения) на квадрат угловой скорости.* Это — одна из важнейших формул динамики твердого тела. Конечно, в этой формуле угловая скорость ω должна быть выражена в абсолютных единицах.

Так как момент инерции твердого тела имеет измерение массы, умноженной на квадрат длины, то единица, которой измеряется момент инерции в технической системе единиц, должна быть обозначена

$$\frac{кг \cdot сек^2}{м} м^2 = кг\ м\ сек^2.$$

Заметим, что часто представляют момент инерции J в виде произведения

$$J = Mr_и^2,$$

где M — масса тела, а $r_и$ — некоторая длина, определяемая формулой

$$r_и = \sqrt{\frac{J}{M}}.$$

Эта длина $r_и$ называется *радиусом инерции* тела относительно данной оси; величина $2r_и = D_и$ называется *диаметром инерции* тела относительно той же оси.

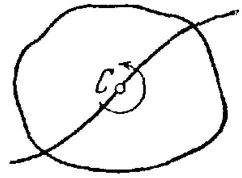
В технических приложениях иногда вместо момента инерции вводят понятие *махового момента* тела относительно данной оси. Этим термином называется произведение $PD_и^2$ веса тела на квадрат его диаметра инерции. Момент инерции и маховой момент находятся в простой зависимости. В самом деле:

$$PD_и^2 = Mg(2r_и)^2 = 4gMr_и^2 = 4gJ.$$

Единица махового момента в технической системе единиц есть *кг м*^{2}.

3. *Плоско-параллельное движение твердого тела.*

Представим себе твердое тело, совершающее плоско-параллельное движение. Возьмем за плоскость чертежа плоскость, которая проходит через центр инерции тела и параллельно которой происходит движение тела. В сечении тела этой плоскостью будем иметь плоскую фигуру, содержащую центр инерции C (черт. 123); движением этой фигуры в ее плоскости кинематически вполне определяется движение тела.



Черт. 123.

Для вычисления кинетической энергии тела воспользуемся теоремой Кенига. Представим себе движение тела разложенным на переносное поступательное движение вместе с центром инерции C и на относительное движение по отношению к центру инерции. В данном случае относительное движение тела по отношению к центру инерции есть вращение вокруг оси, проходящей через центр инерции C и перпендикулярной к плоскости чертежа. Следовательно, по теореме Кенига имеем:

$$T = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где J_c есть момент инерции тела относительно упомянутой оси, проходящей через центр инерции и перпендикулярной к плоскости, параллельно которой движется тело, ω — его угловая скорость.

И эта формула представляется весьма важной. По этой формуле должна вычисляться кинетическая энергия частей машины, совершающих плоско-параллельное движение.

4. *Вращение твердого тела вокруг неподвижной точки.*

Из кинематики известно (см. часть I курса, § 115), что в этом случае скорости точек твердого тела в каждый момент таковы, как будто бы тело в этот момент вращалось вокруг некоторой мгновенной оси Ω, проходящей через неподвижную точку. Вычисление кинетической энергии твердого тела может быть произведено совершенно так же, как в случае вращения вокруг неподвижной оси; мы получаем формулу

$$T = \frac{1}{2} J_\Omega \omega^2,$$

где J_Ω есть момент инерции тела относительно мгновенной оси, ω — величина его угловой скорости.

Необходимо заметить, что так как мгновенная ось непрерывно изменяет свое положение внутри тела, то момент инерции J_Ω есть величина переменная.

5. *Общий случай движения твердого тела.*

Воспользуемся опять теоремой Кенига. Разложим движение тела на переносное поступательное движение вместе с центром инерции и на относительное движение по отношению к центру инерции. В данном случае относительное движение тела по отношению к центру инерции есть вращение вокруг центра инерции, которое в каждый данный момент можно рассматривать как вращение вокруг некоторой мгновенной оси, проходящей через центр инерции. Следовательно, по теореме Кенига имеем:

$$T = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} J_c^{\Omega} \omega^2,$$

где J_c^{Ω} есть момент инерции тела относительно мгновенной оси, проходящей через центр инерции, ω — величина угловой скорости тела.

И здесь момент инерции J_c^{Ω} является величиной переменной.

Закончим этот параграф применением полученных формул к нескольким примерам.

Вычислим кинетическую энергию махового колеса, вес которого $P = 3600$ *кг*, радиус инерции (относительно оси вращения) $r_и = 1{,}4$ *м* и которое делает 100 *об/мин*.

Находим момент инерции маховика

$$J = \frac{P}{g} r_и^2 = \frac{3600}{9{,}81} (1{,}4)^2 = 719 \text{ кгм сек}^2.$$

Угловая скорость маховика равна

$$\omega = 100 \text{ об/мин} = \frac{10\pi}{3} \frac{1}{сек}.$$

Отсюда

$$T = \frac{1}{2} J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 719 \cdot \left(\frac{10\pi}{3}\right)^2 = 39\,400 \text{ кгм}.$$

Вычислим еще кинетическую энергию шатуна паровой машины по следующим данным: вес шатуна $P = 150$ *кг*, его радиус инерции (относительно оси, проходящей через центр тяжести шатуна) $r_и = 0{,}7$ *м*, скорость центра тяжести $v_c = 6$ *м/сек*, угловая скорость шатуна $\omega = 3 \frac{1}{сек}$.

Находим момент инерции шатуна (относительно оси, проходящей через центр тяжести):

$$J_c = \frac{P}{g} r_и^2 = \frac{150}{9{,}81} \cdot 0{,}49 = 7{,}50 \text{ кгм сек}^2.$$

Затем вычисляем кинетическую энергию шатуна

$$T = \frac{1}{2} \frac{P}{g} v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{150}{9{,}81} \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot 7{,}50 \cdot 9 =$$
$$= 275 + 34 = 309 \text{ кгм}.$$

На вопросе о вычислении кинетической энергии частей машины мы остановимся более подробно в § 81.