

## Глава X

# ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ И ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### § 48. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

В кинематике, как и в статике, будем рассматривать все твердые тела как абсолютно твердые. Задачи кинематики твердого тела распадутся на две части:

1) задание движения и определение кинематических характеристик движения тела в целом; 2) определение кинематических характеристик движения отдельных точек тела.

Начнем с рассмотрения поступательного движения твердого тела.  
*Поступательным называется такое движение твердого тела,*

при котором любая прямая, проведенная в этом теле, перемещается, оставаясь параллельной своему начальному направлению.

Поступательное движение не следует смешивать с прямолинейным. При поступательном движении тела траектории его точек могут быть любыми кривыми линиями. Приведем примеры.

1. Кузов автомобиля на прямом горизонтальном участке дороги движется поступательно. При этом траектории его точек будут прямыми линиями.

2. Спарник  $AB$  (рис. 131) при вращении кривошипов  $O_1A$  и  $O_2B$  ( $O_1A=O_2B$ ) также движется поступательно (любая проведенная в нем прямая остается параллельной ее начальному направлению). Точки спарника движутся при этом по окружностям.

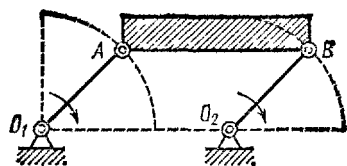


Рис. 131

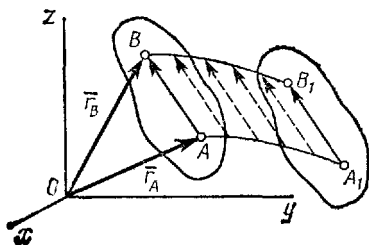


Рис. 132

Свойства поступательного движения определяются следующей теоремой: *при поступательном движении все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.*

Для доказательства рассмотрим твердое тело, совершающее поступательное движение относительно системы отсчета  $Oxyz$ . Возьмем в теле две произвольные точки  $A$  и  $B$ , положения которых в момент времени  $t$  определяются радиусами-векторами  $\vec{r}_A$  и  $\vec{r}_B$  (рис. 132); проведем вектор  $\vec{AB}$ , соединяющий эти точки. Тогда

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}. \quad (35)$$

При этом длина  $AB$  постоянна, как расстояние между точками твердого тела, а направление  $\vec{AB}$  остается неизменным, так как тело движется поступательно. Таким образом, вектор  $\vec{AB}$  во все время движения тела остается постоянным ( $\vec{AB} = \text{const}$ ). Вследствие этого, как видно из равенства (35) (и непосредственно из чертежа), траектория точки  $B$  получается из траектории точки  $A$  параллельным смещением всех ее точек на постоянный вектор  $\vec{AB}$ . Следовательно, траектории точек  $A$  и  $B$  будут действительно одинаковыми (при наложении совпадающими) кривыми.

Для нахождения скоростей точек  $A$  и  $B$  продифференцируем обе части равенства (35) по времени. Получим

$$d\vec{r}_B/dt = d\vec{r}_A/dt + d(\vec{AB})/dt.$$

Но производная от постоянного вектора  $\overline{AB}$  равна нулю. Производные же от векторов  $\overline{r}_A$  и  $\overline{r}_B$  по времени дают скорости точек  $A$  и  $B$ . В результате находим, что

$$\overline{v}_A = \overline{v}_B,$$

т. е. что скорости точек  $A$  и  $B$  тела в любой момент времени одинаковы и по модулю, и по направлению. Беря от обеих частей полученного равенства производные по времени, найдем:

$$d\overline{v}_A/dt = d\overline{v}_B/dt \quad \text{или} \quad \overline{a}_A = \overline{a}_B.$$

Следовательно, ускорения точек  $A$  и  $B$  тела в любой момент времени тоже одинаковы по модулю и направлению.

Так как точки  $A$  и  $B$  были выбраны произвольно, то из найденных результатов следует, что у всех точек тела их траектории, а также скорости и ускорения в любой момент времени будут одинаковы. Таким образом, теорема доказана.

Скорости и ускорения точек движущегося тела образуют векторные поля — поле скоростей и поле ускорений точек тела.

Из доказанного следует, что поля скоростей и ускорений точек тела, движущегося поступательно, будут однородными (рис. 133), но вообще не стационарными, т. е. изменяющимися во времени (см. § 32).

Из теоремы следует также, что поступательное движение твердого тела вполне определяется движением какой-нибудь одной его точки. Следовательно, изучение поступательного движения тела сводится к задаче кинематики точки, нами уже рассмотренной.

При поступательном движении общую для всех точек тела скорость  $\overline{v}$  называют *скоростью поступательного движения тела*, а ускорение  $\overline{a}$  — *ускорением поступательного движения тела*. Векторы  $\overline{v}$  и  $\overline{a}$  можно изображать приложенными к любой точке тела.

Заметим, что понятия о скорости и ускорении тела имеют смысл только при поступательном движении. Во всех остальных случаях точки тела, как мы увидим, движутся с разными скоростями и ускорениями, и термины «скорость тела» или «ускорение тела» для этих движений теряют смысл.

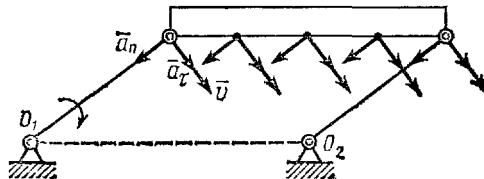


Рис. 133