составляющими $\overline{X}$, $\overline{Y}$ и парой с наперед неизвестным моментом m. Пример расчета дан в задаче 26.

Задача 26. Считая длину балки AB равной 1 м (задача 24, рис. 63), найти усилия в поперечном сечении балки, отстоящем от конца A на расстоянии $AE=0{,}6$ м (точка E левее опоры C на рис. 63).

Решение. Внешними связями для балки являются опора C и шарниры A и B. Реакции этих связей найдены в ходе решения задачи 24. Рассечем балку сечением ab и рассмотрим равновесие ее левой части (рис. 68). Действие отброшенной части, согласно сказанному выше, заменяем двумя силами $\overline{X}_E$, $\overline{Y}_E$, приложенными в центре E сечения, и парой с моментом m_E. Составляя для действующих на рассматриваемую часть балки сил $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Q}$, $\overline{X}_E$, $\overline{Y}_E$ и пары с моментом m_E условия равновесия (32), получим:

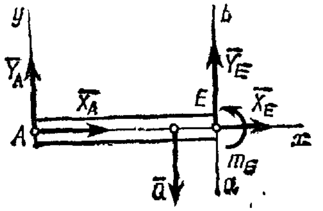

Рис. 68

$$\Sigma F_{kx}\equiv X_A+X_E=0,\quad \Sigma F_{ky}\equiv Y_A+Y_E-Q=0,$$
$$\Sigma m_A(\overline{F}_k)\equiv m_E+0{,}6Y_E-0{,}5Q=0.$$

По данным задачи 24 $Q=200$ Н, $X_A=150$ Н, $Y_A=-75$ Н. Пользуясь этими значениями, найдем из составленных уравнений:

$$X_E=-150\text{ Н},\quad Y_E=275\text{ Н},\quad m_E=-65\text{ Н·м}.$$

Таким образом, на левую часть балки в сечении ab действуют: 1) *продольная сила* $\overline{X}_E$, вызывающая в данном случае сжатие балки; 2) *поперечная сила* $\overline{Y}_E$, стремящаяся сдвинуть примыкающую к сечению часть балки вдоль линии ab, 3) пара с моментом m_E, называемым *изгибающим моментом*, которая в данном случае вызывает растяжение верхних волокон балки и сжатие нижних.

§ 21*. РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СИЛЫ

В инженерных расчетах часто приходится встречаться с нагрузками, распределенными вдоль данной поверхности по тому или иному закону. Рассмотрим некоторые простейшие примеры распределенных сил, лежащих в одной плоскости.

Плоская система распределенных сил характеризуется ее *интенсивностью* q, т. е. значением силы, приходящейся на единицу длины нагруженного отрезка. Измеряется интенсивность в ньютонах, деленных на метры (Н/м).

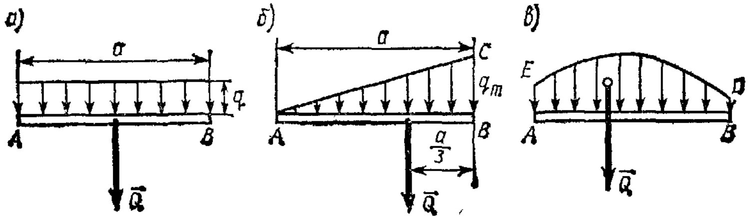

Рис. 69

1) Силы, равномерно распределенные вдоль отрезка прямой (рис. 69, *а*). Для такой системы сил интенсивность q имеет постоянное значение. При статических расчетах эту систему сил можно заменить равнодействующей $\overline{Q}$.

По модулю,

$$Q=aq. \tag{35}$$

Приложена сила $\overline{Q}$ в середине отрезка AB.

2) Силы, распределенные вдоль отрезка прямой по линейному закону (рис. 69, *б*). Примером такой нагрузки могут служить силы давления воды на плотину, имеющие наибольшее значение у дна и падающие до нуля у поверхности воды. Для этих сил интенсивность q является величиной переменной, растущей от нуля до максимального значения q_m. Равнодействующая $\overline{Q}$ таких сил определяется аналогично равнодействующей сил тяжести, действующих на однородную треугольную пластину ABC. Так как вес однородной пластины пропорционален ее площади, то, по модулю,

$$Q=0{,}5aq_m. \tag{36}$$

Приложена сила $\overline{Q}$ на расстоянии $a/3$ от стороны BC треугольника ABC (см. § 35, п. 2).

3) Силы, распределенные вдоль отрезка прямой по произвольному закону (рис. 69, *в*). Равнодействующая $\overline{Q}$ таких сил, по аналогии с силой тяжести, по модулю равна площади фигуры $ABDE$, измеренной в соответствующем масштабе, и проходит через центр тяжести этой площади (вопрос об определении центров тяжести площадей будет рассмотрен в § 33).

4) Силы, равномерно распределенные по дуге окружности (рис. 70). Примером таких сил могут служить силы гидростатического давления на боковые стенки цилиндрического сосуда.

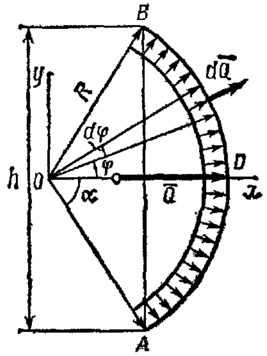

Рис. 70

Пусть радиус дуги равен R, а $\angle BOD=\angle AOD=\alpha$, где OD — ось симметрии, вдоль которой направим ось Ox. Действующая на дугу система сходящихся сил имеет равнодействующую $\overline{Q}$, направленную в силу симметрии вдоль оси Ox; при этом численно $Q=Q_x$.

Для определения величины Q выделим на дуге элемент, положение которого определяется углом φ, а длина $ds=Rd\varphi$. Действующая на этот элемент сила численно равна $dQ=qds=qRd\varphi$, а проекция этой силы на ось Ox будет $dQ_x=dQ\cdot\cos\varphi=qR\cos\varphi\cdot d\varphi$. Тогда

$$Q_x=\int_{-\alpha}^{\alpha} dQ_x=qR\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos\varphi\cdot d\varphi=2qR\sin\alpha.$$

Но из рис. 70 видно, что $R\sin\alpha=AB/2$. Следовательно, так как $Q_x=Q$, то

$$Q=qh, \tag{37}$$

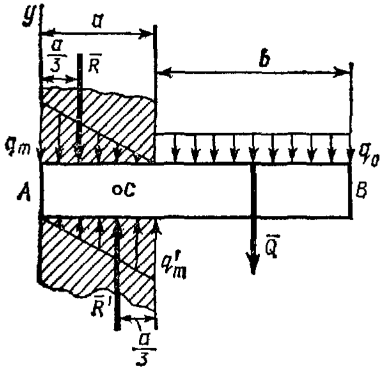

Рис. 71

где $h=AB$ — длина хорды, стягивающей дугу $\breve{AB}$; q — интенсивность.

Задача 27. На консольную балку AB, размеры которой указаны на чертеже (рис. 71), действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q_0 Н/м Пренебрегая весом балки и считая, что силы давления на заделанный конец распределены по линейному закону, определить значения наибольших интенсивностей q_m и q'_m этих сил, если $b=na$.

Решение. Заменяем распределенные силы их равнодействующими $\bar{Q}$, $\bar{R}$ и $\bar{R}'$, где согласно формулам (35) и (36)

$$Q=q_0b,\quad R=0{,}5q_ma,\quad R'=0{,}5q'_ma,$$

и составляем условия равновесия (33) для действующих на балку параллельных сил·

$$\Sigma F_{ky}\equiv Q+R-R'=0,\quad \Sigma m_C(\bar{F}_k)\equiv Ra/3-Q\,(b/2+a/3)=0.$$

Подставляя сюда вместо Q, R и R' их значения и решая полученные уравнения, найдем окончательно

$$q_m=(3n^2+2n)\,q_0,\quad q'_m=(3n^2+4n)\,q_0.$$

Например, при $n=2$ получим $q_m=16\,q_0$, $q'_m=20\,q_0$, а при $n=4$ $q_m=56\,q_0$, а $q'_m=64\,q_0$.

Задача 28. Цилиндрический баллон, высота которого равна H, а внутренний диаметр d, наполнен газом под давлением pН/м². Толщина цилиндрических стенок баллона a. Определить испытываемые этими стенками растягивающие напряжения в направлениях: 1) продольном и 2) поперечном (напряжение равно отношению растягивающей силы к площади поперечного сечения), считая a/d малым.

Решение. 1) Рассечем цилиндр плоскостью, перпендикулярной его оси, на две части и рассмотрим равновесие одной из них (рис. 72, *а*). На нее в направлении оси цилиндра действуют· сила давления на дно $F=(\pi d^2/4)\,p$ и распределенные по площади сечения силы (действие отброшенной половины), равнодействующую которых обозначим $\bar{Q}$.· При равновесии $Q=F=\pi d^2p/4$.

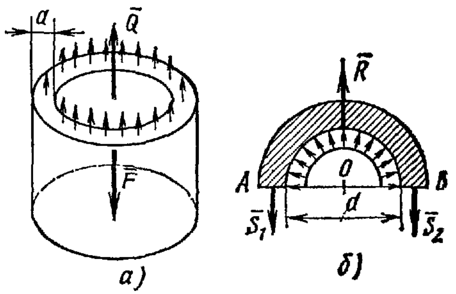

Рис. 72

Считая приближенно площадь поперечного сечения равной πda, получим для растягивающего напряжения σ_1 значение

$$\sigma_1=Q/\pi da=(d/4a)p.$$

2) Рассечем теперь цилиндрическую поверхность плоскостью, проходящей через ось цилиндра, на две другие половины и рассмотрим равновесие одной из них, считая, что все силы приложены к ней в плоскости среднего сечения (рис. 72, *б*). На эту половину цилиндра действуют: а) равномерно распределенные