Решение. Так как точка C принадлежит одновременно звеньям AC и BC, то по теореме о проекциях скоростей должно быть

$$v_A \sin\alpha = v_C \cos\gamma, \quad v_B \sin\beta = v_C \cos(\beta-\gamma). \tag{a}$$

1. Из равенств (a), поскольку $v_A=\omega_1 l_1$, $v_B=\omega_2 l_2$, найдем, что v_C и γ будут иметь заданные значения, когда

$$\omega_1 = v_C \cos\gamma / l_1 \sin\alpha, \quad \omega_2 = v_C \cos(\beta-\gamma)/l_2 \sin\beta.$$

Как видим, рассматриваемый механизм действительно позволяет сообщить точке C перемещение в плоскости механизма по любому наперед заданному направлению с заданной скоростью. Подобные свойства механизмов используются в различных манипуляторах

2 Если заданы ω_1 и ω_2, то одновременно будут известны v_A и v_B. Тогда из уравнений (a) можно определить искомые значения v_C и γ, но расчет при этом будет обычно достаточно громоздким.

Однако задача легко и изящно решается графически. Для этого следует отложить вдоль продолжения AC отрезок $Cc_1=Aa$, а вдоль CB — отрезок $Cc_2=Bb$ и восставить из точки c_1 перпендикуляр к Cc_1, а из точки c_2— перпендикуляр к Cc_2 Точка пересечения этих перпендикуляров и определяет конец искомого вектора $\bar{v}_C$, так как Cc_1 является проекцией $\bar{v}_C$ на AC, а Cc_2— проекцией $\bar{v}_C$ на CB,

§ 58*. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ ТОЧЕК ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ

Покажем, что ускорение любой точки M плоской фигуры (так же, как и скорость) складывается из ускорений, которые точка получает при поступательном и вращательном движениях этой фигуры. Положение точки M по отношению к осям Oxy (см. рис. 146) определяется радиусом-вектором $\bar{r}=\bar{r}_A+\bar{r}'$, где $\bar{r}'=\overline{AM}$. Тогда

$$\bar{a}_M = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d^2\bar{r}_A}{dt^2} + \frac{d^2\bar{r}'}{dt^2}.$$

В правой части этого равенства первое слагаемое есть ускорение $\bar{a}_A$ полюса A, а второе слагаемое определяет ускорение $\bar{a}_{MA}$, которое точка M получает при вращении фигуры вокруг полюса A (см. § 54). Следовательно,

$$\bar{a}_M = \bar{a}_A + \bar{a}_{MA}. \tag{59}$$

Значение $\bar{a}_{MA}$, как ускорения точки вращающегося твердого тела, определяется по формулам (46) и (47) из § 51:

$$a_{MA} = MA\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}, \quad \operatorname{tg}\mu = \varepsilon/\omega^2, \tag{60}$$

где ω и ε — угловая скорость и угловое ускорение фигуры *, а μ — угол между вектором $\bar{a}_{MA}$ и отрезком MA (рис. 163).

Таким образом, *ускорение любой точки M плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь другой точки A, принятой за полюс, и ускорения, которое точка M получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.* Модуль и направление ускоре-

* На чертеже сплошная дуговая стрелка показывает направление ω (направление вращения), а пунктирная — направление (знак) ε. При ускоренном вращении обе стрелки будут направлены в одну сторону, а при замедленном — в разные.

ния $\bar{a}_M$ находятся построением соответствующего параллелограмма (рис. 163).

Однако вычисление a_M с помощью параллелограмма, изображенного на рис. 163, усложняет расчет, так как предварительно надо будет находить значение угла μ, а затем — угла между векторами $\bar{a}_{MA}$ и $\bar{a}_A$. Поэтому при решении задач удобнее вектор $\bar{a}_{MA}$ заменять его касательной $(\bar{a}^{\tau}_{AM})$ и нормальной $(\bar{a}^{n}_{MA})$ составляющими и представить равенство (59) в виде

Формула Ривальса

$$\bar{a}_M = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{MA} + \bar{a}^{n}_{MA}. \tag{61}$$

При этом вектор $\bar{a}^{\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно AM в сторону вращения, если оно ускоренное, и против вращения, если оно замедленное; вектор $\bar{a}^{n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A (рис. 164). Численно же

$$a^{\tau}_{MA} = AM \cdot \varepsilon, \quad a^{n}_{MA} = AM \cdot \omega^2. \tag{62}$$

Если полюс A движется не прямолинейно, то его ускорение можно тоже представить как сумму касательной $\bar{a}^{\tau}_A$ и нормальной $\bar{a}^{n}_A$ составляющих, тогда

$$\bar{a}_M = \bar{a}^{\tau}_A + \bar{a}^{n}_A + \bar{a}^{\tau}_{MA} + \bar{a}^{n}_{MA}. \tag{63}$$

Наконец, когда точка M движется криволинейно и ее траектория известна, то $\bar{a}_M$ в левых частях равенств (61) и (63) можно заменить суммой $\bar{a}^{\tau}_M + \bar{a}^{n}_M$. Формулами (61) — (63) и пользуются обычно при решении задач.

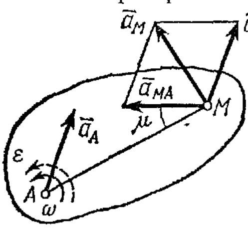

Рис. 163

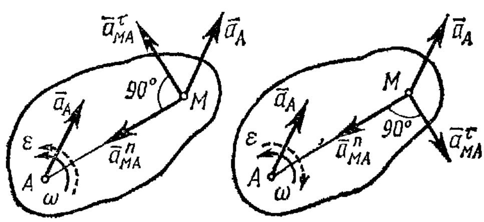

Рис. 164

Решение задач. Ускорение любой точки плоской фигуры в данный момент времени можно найти, если известны: 1) векторы скорости $\bar{v}_A$ и ускорения $\bar{a}_A$ какой-нибудь точки A этой фигуры в данный момент, 2) траектория какой-нибудь другой точки B фигуры. В ряде случаев вместо траектории второй точки фигуры достаточно знать положение мгновенного центра скоростей.

Тело (или механизм) при решении задач надо изображать в том положении, для которого требуется определить ускорение соответствующей точки. Расчет начинается с определения по данным задачи скорости и ускорения точки, принимаемой за полюс. Дальнейшие особенности расчета подробно рассматриваются в решенных ниже задачах. Там же даются необходимые дополнительные указания.