Найдем критическую точку:

$$T_{кр}=z_{кр}\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}=1{,}96\sqrt{\frac{2(2\cdot 10+5)}{9\cdot 10(10-1)}}=0{,}49.$$

Итак, $T_{кр}=0{,}49$, $\tau_в=0{,}47$. Так как $\tau_в < T_{кр}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу; ранговая корреляционная связь между оценками по двум тестам незначимая.

624. В задаче 549 по выборке объема $n=10$ вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла $\tau_в=0{,}78$ между оценками качества деталей, которые были выставлены двумя контролерами. При уровне значимости 0,01 проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между оценками двух контролеров.

625. По выборке объема $n=13$ найден выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла $\tau_в=0{,}54$ между двумя последовательностями рангов. При уровне значимости 0,05 проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между последовательностями рангов.

626. По выборке объема $n=20$ найден выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла $\tau_в=0{,}24$ между двумя последовательностями рангов. При уровне значимости 0,01 проверить, является ли значимой ранговая корреляция между последовательностями рангов.

§ 15. Проверка гипотезы об однородности двух выборок по критерию Вилкоксона

Критерий Вилкоксона служит для проверки однородности независимых выборок $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ и $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ в предположении, что X и Y — непрерывные случайные величины.

Нулевая гипотеза состоит в том, что при всех значениях аргумента (обозначим его через x) функции распределения равны между собой:

$$F_1(x)=F_2(x).$$

Конкурирующие гипотезы:

$$F_1(x)\neq F_2(x),\quad F_1(x)<F_2(x),\quad F_1(x)>F_2(x).$$

Заметим, что принятие конкурирующей гипотезы H_1: $F_1(x)<F_2(x)$ означает, что $X>Y$. Аналогично, если справедлива конкурирующая гипотеза H_1: $F_1(x)>F_2(x)$, то $X<Y$.

Далее предполагается, что объем первой выборки меньше (не больше) второй: $n_1\leqslant n_2$; если это не так, то выборки можно перенумеровать (поменять местами).

А. Проверка нулевой гипотезы в случае, если объем обеих выборок не превосходит 25. Правило 1. *Для того чтобы при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу H_0: $F_1(x)=F_2(x)$ об* *однородности двух независимых выборок объемов n_1 и n_2 ($n_1 \leqslant n_2$) при конкурирующей гипотезе H_1: $F_1(x) \neq F_2(x)$, надо:*

1) *расположить варианты обеих выборок в возрастающем порядке т. е. в виде одного вариационного ряда, и найти в этом ряду $W_{\text{набл}}$ — сумму порядковых номеров вариант первой выборки;*

2) *найти по таблице нижнюю критическую точку* $w_{\text{нижн.кр}}(Q, n_1, n_2)$, где $Q = \alpha/2$;

3) *найти верхнюю критическую точку по формуле*

$$w_{\text{верхн.кр}} = (n_1 + n_2 + 1)n_1 - w_{\text{нижн.кр}}.$$

Если $w_{\text{нижн.кр}} < W_{\text{набл}} < w_{\text{верхн.кр}}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу. Если $W_{\text{набл}} < w_{\text{нижн.кр}}$ или $W_{\text{набл}} > w_{\text{верхн.кр}}$ — нулевую гипотезу отвергают.

627. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу H_0: $F_1(x) = F_2(x)$ об однородности двух выборок, объемы которых $n_1 = 6$, $n_2 = 7$ (в первой строке приведены варианты первой выборки; во второй строке — варианты второй выборки):

x_i	3	4	6	10	13	17	
y_i	1	2	5	7	16	20	22

Принять в качестве конкурирующей гипотезу H_1: $F_1(x) \neq F_2(x)$.

Решение. Конкурирующая гипотеза имеет вид $F_1(x) \neq F_2(x)$, поэтому критическая область — двусторонняя. Расположим варианты обеих выборок в виде одного вариационного ряда и пронумеруем их:

порядковый номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
варианта	1	2	3	4	5	6	7	10	13	16	17	20	22

Найдем наблюдаемое значение критерия Вилкоксона — сумму порядковых номеров (они набраны курсивом) вариант первой выборки:

$$W_{\text{набл}} = 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 11 = 41.$$

Найдем по таблице* нижнюю критическую точку критической области, учитывая, что $Q = 0{,}01/2 = 0{,}005$, $n_1 = 6$, $n_2 = 7$: $w_{\text{нижн.кр}}(0{,}005;\ 6,\ 7) = 24$. Найдем верхнюю критическую точку: $w_{\text{верхн.кр}} = (n_1 + n_2 + 1)\ n_1 - w_{\text{нижн.кр}}\ (6 + 7 + 1) \cdot 6 - 24 = 60$. Поскольку $w_{\text{нижн.кр}} < W_{\text{набл}} < w_{\text{верхн.кр}}$ ($24 < 41 < 60$) — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу об однородности выборок.

628. Предложены два метода (A и B) увеличения выхода продукции. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу об их одинаковой эффективности по двум выборкам объемов $n_1 = 6$ и $n_2 = 9$ (в первой

---

* При решении задач **627—630** использовать таблицу, помещенную в книге: Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 1977.